

文章编号: 1673-3363-(2013)06-0886-06

基于弹性薄板模型的开放式充填顶板稳定性研究

顾伟, 张立亚, 谭志祥, 邓喀中

(中国矿业大学江苏省资源环境信息工程重点实验室, 环境与测绘学院, 江苏 徐州 221116)

摘要 采用超高水材料开放式充填技术的关键是保持顶板的完整性, 将充填工作面分别简化为四边固支板、三边固支一边简支板、两边固支两边简支板、一边固支三边简支板和四边简支板5种边界支撑的弹性板, 并基于虚功原理推导了弹性地基板以及四边受水平压力作用时弹性板挠度和弯矩的表达式, 分析研究了板最大弯矩与推进距离的关系, 为超高水材料开放式充填开采工作面开采宽度及工作面的布设方式设计提供依据。根据现场实测数据分析, 对理论模型进行了验证。

关键词 超高水材料; 虚功原理; 弹性薄板; 开放式充填

中图分类号 TD 325

文献标志码 A

Study on roof stability of open backfilling based on elastic plate model

GU Wei, ZHANG Li-ya, TAN Zhi-xiang, DENG Ka-zhong

(Jiangsu Key Laboratory of Resources and Environmental Information Engineering, School of Environment Science and Spatial Informatics, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China)

Abstract The key of using super high water material open backfilling technology is to maintain the integrity of the roof. The filling face can be simplified into five kinds of boundary support elastic plate. They are: four edges clamped board, three edges clamped side of the simply supported plate, two sides clamped on both sides of the simply supported plate, one side clamped and trilateral simply-supported plate and plate with four simply supported edges. Furthermore, based on the principle of virtual work, the elastic foundation plate and the expression of elastic plate deflection and bending moment when four edges are affected by the horizontal pressure effect are deduced, and the relationship between plate maximum bending moment and forward distance are analyzed. Thus, the model provides the theoretical evidences for the mining width of super high water material open backfilling mining working face and the layout mode of working face. According to the analysis of field measured data, the correctness and reliability of the model can be verified.

Key words super high water material; virtual work principal; elastic plate; open backfilling

采空区充填开采逐渐成为解放建筑物下压煤的首选方法, 按充填材料不同, 分水砂充填、矸石充填和膏体充填等。超高水材料采空区充填技术作为一种新技术和新方法, 在开采中正逐步推广与应

用。超高水材料开放式充填采用仰斜推进、自流充填的方式, 由于其充填成本低、对工作面正常推进影响小而成为主要的充填方式^[1-3]。这种方式的关键是充填工作面要在充填体达到所需支撑强度之前

收稿日期: 2013-01-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(41071273)

作者简介: 顾伟(1980-), 男, 江苏省东海县人, 讲师, 博士, 从事矿山开采沉陷、岩层控制与数字矿山方面的研究。

通信作者: 谭志祥

E-mail: tan7654321@sina.com

Tel: 13615106793

确保顶板不垮落而保持完整性,而目前覆岩垮落距均根据临近工作面顶板断裂步距进行判断,缺乏理论指导。但是不同的地质采矿条件和工作面布设方式,都会对顶板初次垮落步距产生一定的影响,因此需要对煤层顶板充填控顶距合理地进行判断,以保证充填的效果。

根据采场与周围采空区的位置关系,当推进距离超过固定边长度一半后,即,当采场顶板长宽比 $l_y/l_x \leq 2$,按照梁模型来求解顶板极限弯矩已经不能满足工程精度要求,侧边支撑情况将不能被忽略,必须考虑采空区四周的边界条件影响,按照弹性板理论求解。钱鸣高院士、何富连教授在弹性力学薄板小挠度弯曲经典解法的基础上研究了 Marcus(马尔科斯)简算式以及修正方法来计算板上的最大弯矩值,但计算精度和计算的便捷性有待提高^[4-14]。而虚功原理具有平衡力系与位移的相互独立性,二者都可进行假设,在求解中具有收敛快、取项少、精度高的特点。本文应用虚功原理位移假设,推导了基于弹性地基板模型的最大弯矩表达式和受两对水平压力和弹性地基作用时板弯矩表达式。

1 基于虚功原理弹性板最大弯矩分析

由于开采工作面周围开采情况及开采深度、煤层性质等不同,采场顶板受力情况将不相同,根据超高水充填开采面临的开采情况,可将其分为采场周围无采空区、一侧空区、两侧、三侧有采空区和周围全部为采空区,分别将直接顶板视为四边固支弹性板模型,三边固支和一边简支弹性板模型,两边固支、两边简支弹性板模型,一边固支三边简支弹性板模型和四边简支弹性板模型,共5大类。

以下将分别推导弹性地基上的固支板模型和2个方向受压时且有弹性地基作用的固支板模型的

弯矩表达式。当一侧存在采空区时(一个简支边),则对应边上的弯矩为零,依次类推,周围都是采空区时(四边简支),则令弯矩 $M(y)(E_m)$ 和 $M(x)(E_m)$ 都等于零,然后进行相似的推导即可得到弯矩的表达式。需要指出的是,随着简支边数的增加,公式的推导变得很简单,将不再一一列举。

1.1 弹性地基板弯矩的理论解

设有四边固支的矩形板,如图1a所示,作用于板上的均布荷载强度为 q ,若板所作用的弹性地基的刚度系数为 k ,在这里用能量的方法来解板挠度的表达式以及板上最大弯矩的表达式。可以将图1a设想成为如图1b所示的四边简支板,除了垂直作用于其上的均布荷载 q 外,4条边上作用着连续弯矩, $y=0$ 和 $y=b$ 上,弯矩值为 $M(x)$,随着 x 位置的不同而变化; $x=0$ 和 $x=a$ 边上,弯矩值为 $M(y)$,随着 y 值的不同而变化。

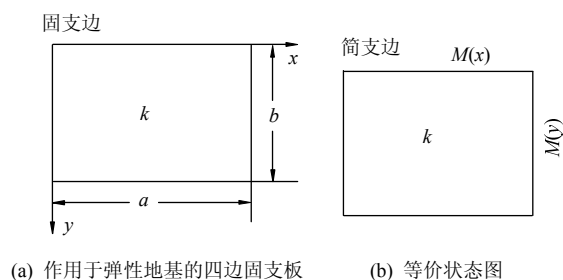


图1 弹性地基板模型

Fig.1 Model of elastic foundation rectangle plate

设板的挠度方程为^[15]:

$$W = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad (1)$$

应用虚功原理推导固定边界上弯矩 $M(x)$, $M(y)$ 表达式

$$M(x) = -\frac{4a^2q}{\pi^3} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \left(\beta_m \sin \frac{m\pi b}{a} \alpha_m - \alpha_m \sin \frac{m\pi b}{a} \beta_m \right)}{\sqrt{1 + \frac{ka^4}{D\pi^4 m^4} \left(\alpha_m \sin \frac{m\pi b}{a} \beta_m + \beta_m \sin \frac{m\pi b}{a} \alpha_m \right)}} \quad (2)$$

$$M(y) = -\frac{4a^2q}{\pi^3} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y \left(\beta_n \sin \frac{n\pi b}{a} \alpha_n - \alpha_n \sin \frac{n\pi b}{a} \beta_n \right)}{\sqrt{1 + \frac{kb^4}{D\pi^4 n^4} \left(\alpha_n \sin \frac{n\pi b}{a} \beta_n + \beta_n \sin \frac{n\pi b}{a} \alpha_n \right)}} \quad (3)$$

$$\text{式中: } \alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{ka^4}{D\pi^4 m^4}} + 1 \right)}; \alpha_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{kb^4}{D\pi^4 n^4}} + 1 \right)}; \beta_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{ka^4}{D\pi^4 m^4}} - 1 \right)}; \beta_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{kb^4}{D\pi^4 n^4}} - 1 \right)}.$$

1.2 受两对水平压力和弹性地基作用时板弯矩的理论解

当采深较大或者一个方向的地应力较大时,此时的采场顶板的弹性板模型应在作用于弹性地基四边固支板的基础上,再在其四周边界上施加一对均布压力 $N_x=N$, $N_y=N$, 此时作用于弹性板上的力除了垂直方向均布荷载 q 外,还包括水平应力,见图2。

仍采用虚功原理的方法,板的弯曲变形能为:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

U_3 为水平应力做功:

$$U_3 = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[N_x \left(\frac{dW}{dx} \right)^2 + N_y \left(\frac{dW}{dy} \right)^2 \right] dx dy$$

$$M(x) = -\frac{4a^2q}{\pi^3} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x}{m^3} \frac{\frac{\tan h \frac{m\pi b}{2a} \beta_m}{\beta_m} - \frac{\tan h \frac{m\pi b}{2a} \alpha_m}{\alpha_m}}{\alpha_m \tan h \frac{m\pi b}{2a} \alpha_m - \beta_m \tan h \frac{m\pi b}{2a} \beta_m} \quad (4)$$

$$M(y) = -\frac{4b^2q}{\pi^3} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y}{n^3} \frac{\frac{\tan h \frac{n\pi a}{2b} \beta_n}{\beta_n} - \frac{\tan h \frac{n\pi a}{2b} \alpha_n}{\alpha_n}}{\alpha_n \tan h \frac{n\pi a}{2b} \alpha_n - \beta_n \tan h \frac{n\pi a}{2b} \beta_n} \quad (5)$$

$$\text{式中: } \alpha_m = \sqrt{1 + \frac{a^2 N}{2\pi^2 D m^2} \left(\sqrt{1 - \frac{4kD}{N^2}} - 1 \right)}; \quad \beta_m = \sqrt{1 - \frac{a^2 N}{2\pi^2 D m^2} \left(\sqrt{1 - \frac{4kD}{N^2}} + 1 \right)}; \quad \alpha_n = \sqrt{1 + \frac{b^2 N}{2\pi^2 n^2 D} \left(\sqrt{1 - \frac{4kD}{N^2}} - 1 \right)},$$

$$\beta_n = \sqrt{1 - \frac{b^2 N}{2\pi^2 n^2 D} \left(\sqrt{1 - \frac{4kD}{N^2}} + 1 \right)}.$$

以上通过将采场顶板简化为弹性板模型,求得了板上弯矩表达式,为分析板上最大弯矩随推进距离的变化关系和求解极限垮落距提供了理论基础。

2 超高水材料充填开采设计

2.1 超高水材料充填控顶距的确定

超高水材料开放式充填过程是自开切眼工作面推进一定的距离后,对采空区实施充填,即将按一定比例配比的超高水材料通过管道输送泵入采空区,随着充填液面得不断上升,并逐渐充填密实,充填液沿四周裂缝进入破裂岩体内,并使冒落的岩块重新胶结在一起组成一个整体起到修复围岩强度和支撑上覆岩层的目的。充填过程见图3。

而直接顶垮塌与否,与直接顶板岩性、裂隙发育程度以及顶板暴露面积或跨度有着密切关系。在充填过程中一旦直接顶垮塌,就会形成顶板空洞,空洞冒高大小会影响浆体的充满度(充填率)。当直

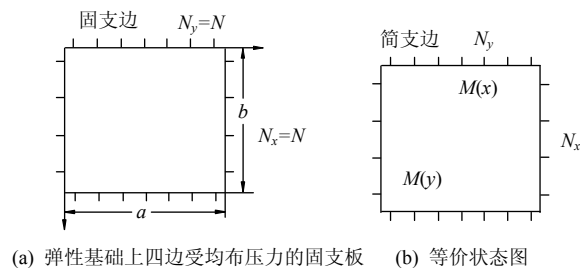


图2 弹性基础上四边受均布压力板模型

Fig.2 Model of elastic foundation rectangle plates with existing pressure

将式(1)代入化简可得:

$$U_3 = \frac{ab}{8} N \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)$$

推导出固定边界上弯矩 $M(x)$, $M(y)$ 表达式

接顶板岩性、裂隙发育程度以及顶板暴露面积等均达到一定程度时,直接顶就会随着工作面的向前推进而全部垮塌下来,会使采空区顶板未被充填的暴露面积与跨度增大,此情形对控制基本顶稳定不利,一旦基本顶失稳,超高水材料充填控制地表沉降的效果就差。

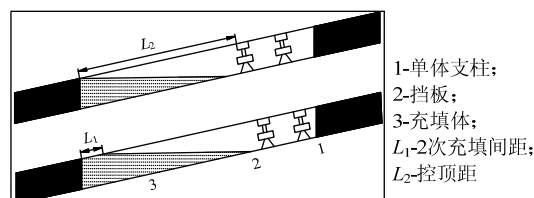


图3 开放式充填过程

Fig.3 Process of open-up backfilling

因此在进行超高水材料充填时,首先要根据充填控顶距 L 、采厚 m 、煤层倾角 α 、超高水材料凝固时间 t 和安全充填距离与直接顶初次垮落步距 l

的关系(见图4),当 $L>l$ 时,若直接进行开放式充填,注入采空区中的超高水材料将不能起到主动支撑顶板完整性的作用,且充填初期超高水材料的强度较低,顶板的破断会引起地表较大下沉,无法达到充填开采控制地沉陷的目的,需要采取适当的措施加以支护。根据以上分析,得到要求的顶板垮落距为:

$$L = \frac{m}{\tan \alpha} + vt_{\text{初}} + L_{\text{空}} \quad (6)$$

式中: L 为充填控顶距; m 为开采煤层的厚度; α 为工作面仰斜推进角; v 为推进速度; $t_{\text{初}}$ 为超高水材料达到0.5 MPa抗压强度的时间(不同配比所需时间不同); $L_{\text{空}}$ 为安全充填距离。

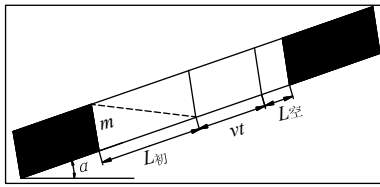


图4 充填控顶距示意图

Fig.4 Calculating diagrams of backfilling roof control distance

2.2 弹性板模型计算顶板的极限垮落距

为了在不同地质采矿条件下采用超高水材料充填开采方法,需要求取相应充填控顶距 L 对应的

$$M(x) = E_1 \sin \frac{\pi}{a} x + E_3 \sin \frac{3\pi}{a} x + E_5 \sin \frac{5\pi}{a} x + E_7 \sin \frac{7\pi}{a} x + E_9 \sin \frac{9\pi}{a} x + E_{11} \sin \frac{11\pi}{a} x \quad (7)$$

$$M(y) = F_1 \sin \frac{\pi}{b} y + F_3 \sin \frac{3\pi}{b} y + F_5 \sin \frac{5\pi}{b} y + F_7 \sin \frac{7\pi}{b} y + F_9 \sin \frac{9\pi}{b} y + F_{11} \sin \frac{11\pi}{b} y \quad (8)$$

将 $x=a/2$, $y=b/2$ 分别代入上式可得固定边 a 和推进 b 方向上的最大弯矩值,即

$$M_{\max}(x) = E_1 - E_3 + E_5 - E_7 + E_9 - E_{11} \quad (9)$$

$$M_{\max}(y) = F_1 - F_3 + F_5 - F_7 + F_9 - F_{11} \quad (10)$$

采用 Matlab 编程,计算推进距离 b 与 a 边中点 $M_{\max}(x)$ 和 b 与 b 边中点 $M_{\max}(y)$ 的关系,并用曲线图表示,横轴表示推进距离,纵轴表示板上固定边的最大弯矩。

如图5为工作面宽度 $a=50$ m时,推进距离 b 与 $M_{\max}(x)$, $M_{\max}(y)$ 的关系曲线图,图中曲线1为固定变(即工作面宽)边中心最大弯矩随工作面推进距离变化情况,曲线2为推进边中心随推进距离最大弯矩变化曲线。同理可获得任意工作面宽度时,任意推进距离下相应中心的最大弯矩值。

工作面最大布设宽度 a ,即极限垮落距 $l \geq L$ 时所对应的最大 a 值,以便为矿区在采用超高水材料开放式充填时选择最佳的工作面尺寸提供理论依据。

通过对采矿地质条件定量计算分析,可知:1) 对于工作面固定边 a 一定,水平应力 N 对顶板上最大弯矩的影响较小,可以忽略水平应力对工作面布设时顶板极限垮落距的影响(减小垮落步距)。2) 弹性地基系数所起作用与水平应力 N 的作用相反, k 对顶板上最大弯矩的影响不明显,当弹性地基达到超高水材料的10倍后,才能有效减小顶板的极限垮落距。但需要注意的是,当工作面综采时,工作面固定边宽度较大,此时较小的地应力或者弹性地基会对顶板垮落距产生较大影响,在工作面支护设计时必须考虑这2个因素。

以下对不考虑弹性地基和水平应力时四边固支板模型的极限垮落距进行分析:

假设工作面推进方向沿 b 进行, a 方向固定不变,将直接顶四边视为固支,不考虑水平地应力作用,求解固支板上的最大弯矩。

根据等价变化后求和函数的特征,其收敛较快,表达式中 m 和 n 分别取1, 3, 5, 7, 9, 11等6项,则可达到实际工程计算精度5‰以内。共有12个方程组成一个方程组求解 $E_1, E_3, E_5, E_7, E_9, E_{11}$ 和 $F_1, F_3, F_5, F_7, F_9, F_{11}$,然后代入式(6)得:

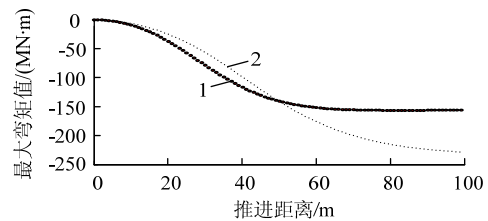


图5 四边固支板上最大弯矩与推进距离的关系

Fig.5 Relationship between advance distance and maximum moment with four-side-fixed rectangle

所以在给出一个工作面固定宽度时,就可通过上述求法得到推进距离与板上最大弯矩的对应关系,然后根据板所能承受的最大弯矩,求取不同控顶距对应的最大工作面布设宽度是上述求解推进距离与工作面宽度的逆过程,由弯矩表达式(5)可知,不考虑地应力和弹性地基时,弯矩只与固定边

长 a 、推进距离 b 、 a/b (或 b/a)、上覆荷载 q 有关。根据板弯矩式可得到一系列工作面宽度 a 和推进距离 b 的值, 然后再根据不同地质条件下求控顶距, 则可得最大工作面宽度。

根据弯矩与应力的关系可得:

$$M_{\max} = 1/6 \sigma_t h^2 \quad (11)$$

式中: σ_t 为顶板抗拉强度极限; h 为基本顶的厚度。

3 现场实测数据验证

3.1 理论模型工作面设计

陶一煤矿七采区南翼 12701 上工作面的地质采矿条件为: 煤层埋深 315.1~365.1 m, 取平均采深为 350 m, 上覆岩层的平均容重 $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$, 有效载荷为 1.09 MPa, 煤层厚度 4 m, 顶板厚度 $h=10 \text{ m}$, 煤层倾角取平均为 12° , $\sigma_t=4.2 \text{ MPa}$ 。

根据理论模型设计为 95%水体积的超高水材料充填, $t_{\text{初}}=2\sim 3 \text{ d}$ 超高水材料强度达到 0.5 MPa, 实际推进速度 $V=2 \text{ m/d}$, 安全控顶距离 $L_{\text{空}}=2 \text{ m}$, 式(6)计算开放式充填控顶距最大为 27 m。以陶一矿地质条件为基础, 工作布设宽度为 50 m 分析极限垮落距。由于工作面宽度选择较小, 可以忽略地应力对工作面布设时顶板极限垮落距的影响(减小垮落步距)。根据顶板垮落因素分析可知, 需要对陶一矿地质环境下四边固支板受水平应力的弯矩进一步分析, 采用式(4), (5)。通过定量计算分析, 得到对于工作面固定边一定、基本顶较厚的情况, 水平地应力对顶板上最大弯矩的影响较小, 在陶一矿的地质情况对顶板上最大弯矩的影响不明显。

3.2 实际充填效果验证

为了实时监测高水充填过程中顶板的下沉情况, 在工作面正上方 20 m 左右布置 1 条巷道对其进行观测, 从开切眼到停采线共布置了 16 个点, 点间距约 20 m, 为指导充填过程和效果评价提供实际数据。

通过在观测巷的顶板布置测点共观测 44 次, 顶板的最终下沉曲线见图 6。

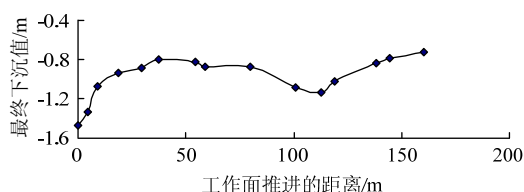


图 6 观测巷顶板监测点最终下沉曲线

Fig.6 Ultimate subsidence curve of observation points of roadway

为了更详细地说明在工作面推进和充填过程中顶板的下沉情况, 选择 D 点(D 点距开切眼的距离约为 30 m)为例说明从开采初期到结束的 44 次观测里的下沉情况, 见图 7。

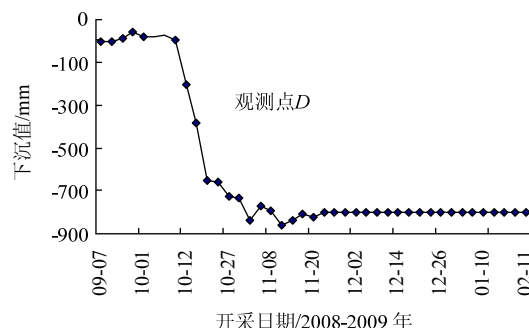


图 7 D 点随观测时间的下沉曲线

Fig.7 Subsidence curve with observation time of point D

由图 7 可知, 当推进到 2008 年 9 月 25 日时, D 点开始移动, 2008 年 10 月 12 日开始剧烈移动, 直到 2008 年 11 月 23 日, D 点下沉 800 mm 左右, 然后直到观测结束的 2009 年 2 月 11 日, D 点下沉值维持在 800 mm 左右。从推进距离上分析, 实验充填面的推进速度为 2 m/d, 当工作面推进 14 m 时(距离 D 点 23 m), D 点开始移动, 当推进到 D 点正下方时, D 开始剧烈移动, 直到推过 D 点 41 m, D 点的移动趋于稳定。

从观测结果可以看出, 充填结束后, 观测巷的顶板下沉值在 0.8~1.1 m 之间, 从观测开始到结束, 地表建筑物均未出现明显破坏情况(顶板下沉观测结束后在地表布设了观测线)。根据理论模型计算结果和已有的陶一矿超高水材料开放式充填资料对比可知, 理论模型能够满足工程实践要求。

4 结 论

1) 针对超高水材料充填开采工作面周围不同开采, 将直接顶板简化为不同边界支撑的弹性薄板, 基于虚功原理推导弹性地基板以及四边受水平压力作用时挠度和弯矩模型, 该模型具有收敛快、取项少、精度高等优点。

2) 通过分析研究了不同边界条件板最大弯矩与推进距离的关系, 以及根据最大弯矩指导工作面设计的方法, 为超高水材料充填开采工作面开采宽度设计提供方法和依据。

3) 对超高水材料开放式充填基岩与地表变形进行了观测分析, 验证了本文模型设计和开放式充填开采设计方法的合理性。

参考文献:

- [1] 冯光明, 丁玉, 朱红菊, 等. 矿用超高水充填材料及其结构的实验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2010, 39(6): 813-819.
FENG Guang-ming, DING Yu, ZHU Hong-ju, et al. Experimental research on a super high-water packing material for mining and its micro morphology[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2010, 39(6): 813-819.
- [2] 冯光明, 孙春东, 王成真, 等. 超高水材料采空区充填方法研究[J]. 煤炭学报, 2010, 35(12): 1963-1968.
FENG Guang-ming, SUN Chun-dong, WANG Cheng-zhen, et al. Research on goaf filling methods with super high water material[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(12): 1963-1968.
- [3] 冯光明, 王成真, 李凤凯, 等. 超高水材料开放式充填开采研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2010, 27(4): 453-457.
FENG Guang-ming, WANG Cheng-zhen, LI Feng-kai, et al. Research on open back filling with highly water absorbing material[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2010, 27(4): 453-457.
- [4] 钱鸣高, 缪协兴, 何富连. 采场“砌体梁”结构的关键块分析[J]. 煤炭学报, 1994, 19(6): 557-563.
QIAN Ming-gao, MIAO Xie-xing, HE Fu-lian. Analysis of key block in the structure of voussoir beam in longwall mining[J]. Journal of China Coal Society, 1994, 19(6): 557-563.
- [5] 钱鸣高. 老顶的初次断裂步距[J]. 矿山压力, 1987, 4(1): 1-6.
QIAN Ming-gao. The first collapse span of main roof[J]. Ground Pressure and Strata Control, 1987, 4(1): 1-6.
- [6] 钱鸣高, 石平五. 矿山压力与岩层控制[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2003: 77-84.
- [7] ZHU De-ren. Structure of the roof at the end of longwall face and its support[C]// The Aus IMM Illawarra Branch, Ground Movement and Control related to Coal Mining, 1986.
- [8] 朱德仁, 钱鸣高. 长壁工作面老顶破断的计算机模拟[J]. 中国矿业大学学报, 1987, 16(3): 1-9.
ZHU De-ren, Qian Ming-gao. The computer simulation of longwall face old roof breakage[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1987, 16(3): 1-9.
- [9] 王作棠, 钱鸣高. 老顶初次来压步距的计算预测法[J]. 中国矿业大学学报, 1989, 18(2): 9-18.
WANG Zuo-tang, Qian Ming-gao. The calculating methods of the first weighting span of main roof[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1989, 18(2): 9-18.
- [10] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林. 岩层控制中的关键层理论研究[J]. 煤炭学报, 1996, 21(3): 225-230.
QIAN Ming-gao, MIAO Xie-xing, XU Jia-lin. Theoretical study of key stratum ground control[J]. Journal of China Coal Society, 1996, 21(3): 225-230.
- [11] 钱鸣高, 何富连, 王作棠, 等. 再论采场矿山压力理论[J]. 中国矿业大学学报, 1994, 23(3): 1-9.
QIAN Ming-gao, HE Fu-lian, WANG Zuo-tang, et al. A further discussion on the theory of the strata behaviors in longwall mining[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1994, 23(3): 1-9.
- [12] 王悦汉, 邓喀中, 吴侃, 等. 采动岩体动态力学模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(3): 352-357.
WANG Yue-han, DENG Ka-zhong, WU Kan, et al. On the dynamic mechanics model of mining subsidence[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(3): 352-357.
- [13] 许家林. 岩层移动与控制的关键层理论及其应用[D]. 徐州: 中国矿业大学矿业工程学院, 1999.
- [14] 何国清, 杨伦. 矿山开采沉陷学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1991.
- [15] 张福范. 弹性薄板[M]. 北京: 科学出版社, 1963: 67-84.