

文章编号: 1673-3363-(2015)06-1004-06

# 特殊地层中一种双层井壁结构的应力计算

姜立军<sup>1,2</sup>, 董建军<sup>3</sup>, 赵利<sup>2</sup>

(1. 广东腾越建筑工程有限公司巢湖分公司, 安徽 巢湖 238000; 2. 中国矿业大学力学与建筑工程学院, 江苏 徐州 221116; 3. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 210096)

**摘要** 针对特殊地层中的一种双层井壁结构, 建立了其受力分析方法。利用附加力分布规律对力学模型进行了简化, 应用线性叠加原理将问题分解为自重特解、侧面边界特解、均布端部力解答3个子问题, 分别求解各子问题并叠加后便得到简化力学模型的一组圣维南解。以某双层井筒为背景进行了算例分析, 并与相同条件下单层井壁的应力计算结果进行了对比。利用第四强度理论分析了井壁的安全性, 结果表明, 与单层井壁相比, 该双层井壁内壁安全性得到了较大的提高, 而外壁安全性则有所降低。总体而言, 采用该双层井壁结构对矿井的安全生产是有利的, 而外壁是该井壁结构需要加强治理的薄弱环节。

**关键词** 特殊地层; 双层井壁; 弹性分析

**中图分类号** TD 265 **文献标志码** A **DOI** 10.13545/j.cnki.jmse.2015.06.022

## Stress calculation for a double layer shaft in special strata

JIANG Lijun<sup>1,2</sup>, DONG Jianjun<sup>3</sup>, ZHAO Li<sup>2</sup>

(1. Branch in Chaohu, Guangdong Tengyue Construction Engineering Ltd, Chaohu, Anhui 238000, China;  
2. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China;  
3. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract** A stress calculation method has been established for a double layer shaft in special stratum. After some simplifications of the mechanical model, the problem has been broken down into three subproblems, and a Saint-Venant solution has been obtained by solving and adding up each subproblem. An example for certain double layer shaft has been presented, and the stress results have been compared with the single layer shaft of the same conditions. The fourth strength theory has been applied to study the security of the shafts, and the results show that, compared with the single layer shaft, the security for the inside lining of the double layer shaft is enhanced greatly, while the security of the outside lining is reduced. On the whole, the application of this double layer shaft is advantageous for the safety production of the mine, and the outside lining of this shaft is the weak zone that needs to be cured mainly.

**Key words** special strata; double layer shaft; elastic analysis

研究表明, 附加力是华东地区立井井壁出现破裂的根本原因<sup>[1-3]</sup>。处于特殊地层条件下的立井井壁, 所受到的外荷载包括井筒外侧土压力、竖直附加力和下端部基岩反力。

一种带有塑料板夹层的双层井壁结构在这些地区应用较为广泛<sup>[4]</sup>。文献[5-6]利用双重级数展开法对该井壁结构进行了力学分析, 但其解答均没有考虑井筒自重。文献[5]未考虑端部边界, 而文献[6]

收稿日期: 2014-03-22

作者简介: 姜立军 (1981—), 男, 江苏省盐城市人, 硕士, 从事工程项目管理方面的研究。

E-mail: dj517\_83@163.com

Tel: 13400069989

给出的端部边界不能满足平衡条件; 并且文献[5-6]将相关函数在不完备的傅立叶-贝塞尔级数  $\Phi_0(\beta_m r)$  上展开, 其计算方法仍需探讨<sup>[7]</sup>。由此可知, 有必要对该问题进行重新建模与力学分析。

井壁受力是空间轴对称问题, 现有的分析方法主要有 3 种: 1) 在附加力分布规律基础上进行简化, 采用逆解法选择有限项应力函数求解, 如文献[8]对单层井壁的分析; 2) 采用单重级数展开法进行求解, 如文献[9]对单层井壁的分析、文献[10]对双层井壁的分析; 3) 采用双重级数展开法进行求解, 如文献[5-6]对双层井壁的分析、文献[7]对单层井壁的分析。其中后 2 种级数方法针对的边界条件是位置的任意函数, 因而求解过程较复杂。本文采用第 1 种方法, 参考文献[8]中的简化方式对塑料板夹层双层井壁结构进行力学分析, 获得一组圣维南解, 并给出算例。

## 1 基本假设与说明

图 1a 为该双层井壁结构受力示意图。在施工

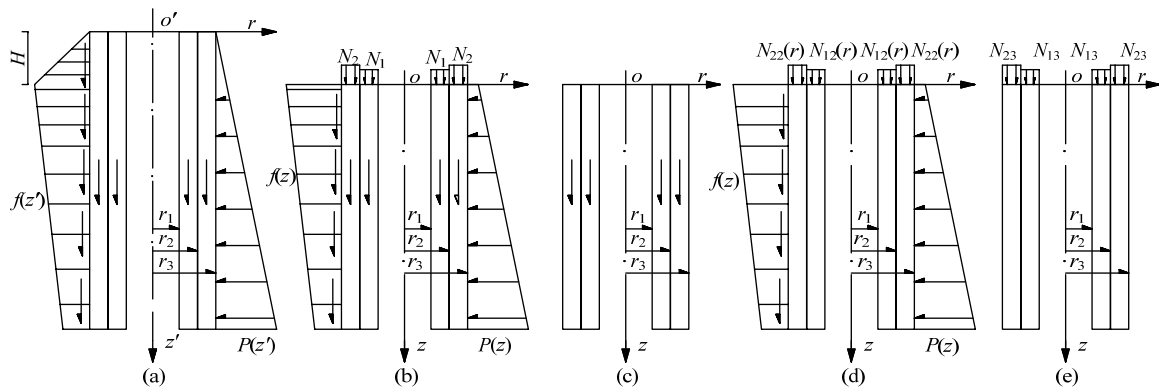


图 1 双层井壁受力示意图

Fig.1 Double layer shaft lining under force

文献[8]指出, 由于对附加力分段的拐点以上浅部地层中的井壁应力分析意义不大, 因而可以将拐点上段部分的附加总力、自重应力的影响均匀叠加到拐点位置所在的井壁横截面上。这样, 拐点以下部分的受力如图 1b 所示, 在新的坐标系下, 竖直附加力及土压力可以表示为:

$$P(z) = -k(z+H) \quad (1)$$

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad (2)$$

式中:  $k$  为土压力系数;  $\alpha$ ,  $\beta$  为附加力分布系数;  $H$  为附加力拐点深度。

均匀叠加到上端部的均布荷载  $N_1, N_2$  由下式计算:

$$N_1 = -H\gamma_1 \quad (3)$$

过程中, 塑料板夹层是固定在外壁内侧表面上的, 同时考虑到塑料板较薄, 因此在力学建模时只考虑内、外 2 层井壁。

对于井筒外侧受到的水平方向的地压  $P(z')$ , 按照传统的线性分布考虑; 在特殊地层条件下, 施工完成后的井筒自重不再由土层摩擦力分担, 因此井壁将受到自重作用; 随着矿井开采活动等, 井壁承受的附加力  $f(z')$  是从无到有、由小变大的过程, 按照文献[8]中的简化,  $f(z')$  沿纵向  $z'$  的分布规律可以近似用分段线性函数来表示, 在井深小于 6 倍井筒外径的浅部, 单位面积附加力随深度增加而直线增加, 在中、深部, 则随深度增加而逐渐减小; 井筒下端部受到的基岩反力未在图 1a 中标出, 该力使得井筒处于平衡状态, 实际上, 当获得一组考虑自重, 满足内外侧面边界及上端部边界的平衡解答后, 井筒下端部边界必然在圣维南意义下满足。

内外壁之间塑料板夹层表面较光滑, 可将内外壁之间的接触近似为光滑接触<sup>[5-6]</sup>。

$$N_2 = -H\gamma_2 - \beta H r_3 / (r_3^2 - r_2^2) \quad (4)$$

式中:  $\gamma$  为容重; 下标 1, 2 分别表示内、外壁, 以下相同。

对于图 1b 所示的力学问题, 根据线性叠加原理, 可以分解为 3 个子问题:

1) 重力作用下满足内外壁光滑接触条件的一组特解(图 1c)

$$\begin{cases} \sigma_r^{(1)} = \left[ \frac{ar_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} - \frac{ar_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r^2} \right] z \\ \sigma_\theta^{(1)} = \left[ \frac{ar_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} + \frac{ar_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r^2} \right] z \\ \sigma_z^{(1)} = -\gamma_1 z \\ \tau_{rz}^{(1)} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sigma_r^{(2)} = \left[ \frac{-ar_2^2}{(r_3^2 - r_2^2)} + \frac{ar_2^2 r_3^2}{(r_3^2 - r_2^2) r^2} \right] z \\ \sigma_\theta^{(2)} = \left[ \frac{-ar_2^2}{(r_3^2 - r_2^2)} - \frac{ar_2^2 r_3^2}{(r_3^2 - r_2^2) r^2} \right] z \\ \sigma_z^{(2)} = -\gamma_2 z \\ \tau_{rz}^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中上标“(1)”,“(2)”分别表示在内、外壁中,有

$$a = \frac{\mu_2 \gamma_2 / E_2 - \mu_1 \gamma_1 / E_1}{\frac{r_2^2 + r_1^2}{E_1(r_2^2 - r_1^2)} + \frac{r_2^2 + r_3^2}{E_2(r_3^2 - r_2^2)} - \frac{\mu_1}{E_1} + \frac{\mu_2}{E_2}} \quad (7)$$

式中  $\mu$ ,  $E$  分别为材料泊松比和弹性模量。

该组特解在内外侧面及  $z=0$  均不受荷载作用。

2) 满足侧面边界条件及内外壁光滑接触条件的一组特解

如图 1d 所示,该组解答所要满足的侧面边界及接触条件为:

$$\begin{aligned} r=r_1: \quad & \sigma_r^{(1)}=0, \tau_{rz}^{(1)}=0 \\ r=r_2: \quad & \\ \sigma_r^{(1)}= & \sigma_r^{(2)}, u_r^{(1)}=u_r^{(2)}, \\ \tau_{rz}^{(1)}= & \tau_{rz}^{(2)}=0 \\ r=r_3: \quad & \sigma_r^{(2)}=-k(H+z), \tau_{rz}^{(2)}=\alpha z+\beta \end{aligned} \quad (8)$$

3) 均布端部力作用下的解答

前 2 组解答均为特解,对端部受力没有要求,第 3 个子问题的目的是使得 3 组解答叠加后成为一组圣维南解,因而在  $z=0$  处需要满足:

$$N_{13}\pi(r_2^2 - r_1^2) + \int_{r_1}^{r_2} N_{12}(r)2\pi r dr = N_1\pi(r_2^2 - r_1^2) \quad (9)$$

$$N_{23}\pi(r_3^2 - r_2^2) + \int_{r_2}^{r_3} N_{22}(r)2\pi r dr = N_2\pi(r_3^2 - r_2^2) \quad (10)$$

即对第 3 个子问题在  $z=0$  处有如下要求:

$$N_{13} = N_1 - \int_{r_1}^{r_2} N_{12}(r)2\pi r dr / \pi(r_2^2 - r_1^2) \quad (11)$$

$$N_{23} = N_2 - \int_{r_2}^{r_3} N_{22}(r)2\pi r dr / \pi(r_3^2 - r_2^2) \quad (12)$$

需要指出的是,由于是空间轴对称问题,端部剪应力均静力等效于 0;当在  $z=0$  处满足式(9), (10) 时,叠加后的解答在下端部必然静力等效于原基岩反力<sup>[9]</sup>,因此,3 个子问题叠加后是图 1b 的一组圣维南解。

第 3 个子问题如图 1e 所示,其需要满足的边界及接触条件可以表示为:

$$\begin{aligned} r=r_1: \quad & \sigma_r^{(1)}=0, \tau_{rz}^{(1)}=0, \\ r=r_2: \quad & \\ \sigma_r^{(1)}= & \sigma_r^{(2)}, u_r^{(1)}=u_r^{(2)}, \\ \tau_{rz}^{(1)}= & \tau_{rz}^{(2)}=0 \\ r=r_3: \quad & \sigma_r^{(2)}=0, \tau_{rz}^{(2)}=0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$z=0, z=l:$$

$$\sigma_z^{(1)} = N_{13}, \tau_{zr}^{(1)} = 0 \quad (14)$$

$$\sigma_z^{(2)} = N_{23}, \tau_{zr}^{(2)} = 0$$

容易看出,第 3 组解答是一组唯一解。

## 2 问题的求解

### 2.1 Love 通解

空间轴对称问题的 Love 通解如下:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} \\ w &= \frac{1}{2G} \left[ 2(1-\mu) \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (15a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2-\mu) \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right] \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1-\mu) \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (15b)$$

式中应力函数  $\varphi(r, z)$  满足

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0 \quad (16)$$

其中,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

### 2.2 侧面边界特解

在内外壁中选择 Love 应力函数为

$$\begin{aligned} \varphi^{(i)} &= A_1^{(i)}(5z^3 r^2 - 2z^5) + A_2^{(i)}(r^4 - 4z^2 r^2) + \\ &A_3^{(i)}(3z^2 r^2 - 2z^4) + A_4^{(i)} z^3 \ln(r) + A_5^{(i)} z r^2 \ln(r) + \\ &A_6^{(i)} z^2 \ln(r) + A_7^{(i)} z \ln(r) + A_8^{(i)} r^2 \ln(r) + A_9^{(i)} z^3 + \\ &A_{10}^{(i)}(3z r^4 - 4z^3 r^2) \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $A_1^{(i)} \sim A_{10}^{(i)}$  为待定系数。

将式(17)代入式(15a, b)中得到:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 3[-10(1+2\mu)A_1 + 8(1-2\mu)A_{10} + A_4/r^2]z^2 + \\ &2[8(1-2\mu)A_2 - 6(1+2\mu)A_3 + A_6/r^2]z + \\ &30\mu A_1 r^2 + 12(2\mu-3)r^2 A_{10} + [6\mu A_4 + 2(2\mu-1)A_5] \ln(r) + \\ &(4\mu-3)A_5 + 6\mu A_9 + A_7/r^2 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= 3[-10(1+2\mu)A_1 - A_4/r^2 + 8(1-2\mu)A_{10}]z^2 + \\ &2[8(1-2\mu)A_2 - 6(1+2\mu)A_3 - A_6/r^2]z + \\ &30\mu A_1 r^2 + 12(2\mu-1)r^2 A_{10} + [6\mu A_4 + 2(2\mu-1)A_5] \ln(r) + \\ &(4\mu-1)A_5 + 6\mu A_9 - A_7/r^2 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}\sigma_z = & [60\mu A_1 - 48(2-\mu)A_{10}]z^2 - 8[4(2-\mu)A_2 - 3\mu A_3]z + \\ & [6(1-\mu)A_4 + 4(2-\mu)A_5]\ln(r) + 4(2-\mu)A_5 + \\ & 6(1-\mu)A_9 + 30(1-\mu)A_1r^2 + 24(3-\mu)r^2A_{10} \\ & (20)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{rz} = & \{-60\mu A_1r + 48(2-\mu)A_{10}r - 2[3\mu A_4 - 2(1-\mu)A_5]/r\}z + \\ & 4[4(2-\mu)A_2 - 3\mu A_3]r - 2[\mu A_6 - 2(1-\mu)A_8]/r \\ & (21)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_r = & -z^2\left(\frac{3A_4}{2Gr} + \frac{15A_1r}{G} - \frac{12A_{10}r}{G}\right) - z\left[\frac{A_6}{Gr} - \frac{r(8A_2 - 6A_3)}{G}\right] - \\ & \frac{A_7}{2Gr} - r[A_5/2 + A_5\ln(r)]/G - \frac{6r^3}{G}A_{10} \\ & (22)\end{aligned}$$

为了书写简洁, 式(18)~(22)中表示在内外壁中的指标“ $i$ ”均省略。

利用条件式(8)建立相应方程, 内壁  $r=r_1$  处正应力条件可以得到:

$$-10(1+2\mu_1)A_1^{(1)} + A_4^{(1)}/r_1^2 + 8(1-2\mu_1)A_{10}^{(1)} = 0 \quad (23)$$

$$8(1-2\mu_1)A_2^{(1)} - 6(1+2\mu_1)A_3^{(1)} + A_6^{(1)}/r_1^2 = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned}30\mu_1A_1^{(1)}r_1^2 + [6\mu_1A_4^{(1)} + 2(2\mu_1-1)A_5^{(1)}]\ln(r_1) + \\ (4\mu_1-3)A_5^{(1)} + 6\mu_1A_9^{(1)} + 12(2\mu_1-3)r_1^2A_{10}^{(1)} + A_7^{(1)}/r_1^2 = 0 \\ (25)\end{aligned}$$

该处剪应力条件有:

$$-60\mu_1A_1^{(1)}r_1 - 2[3\mu_1A_4^{(1)} - 2(1-\mu_1)A_5^{(1)}]/r_1 + 48(2-\mu_1)r_1A_{10}^{(1)} = 0 \quad (26)$$

$$\begin{aligned}4[4(2-\mu_1)A_2^{(1)} - 3\mu_1A_3^{(1)}]r_1 - \\ 2[\mu_1A_6^{(1)} - 2(1-\mu_1)A_8^{(1)}]/r_1 = 0 \\ (27)\end{aligned}$$

外壁  $r=r_3$  处正应力条件有:

$$-10(1+2\mu_2)A_1^{(2)} + A_4^{(2)}/r_3^2 + 8(1-2\mu_2)A_{10}^{(2)} = 0 \quad (28)$$

$$8(1-2\mu_2)A_2^{(2)} - 6(1+2\mu_2)A_3^{(2)} + A_6^{(2)}/r_3^2 = -k/2 \quad (29)$$

$$\begin{aligned}30\mu_2A_1^{(2)}r_3^2 + [6\mu_2A_4^{(2)} + 2(2\mu_2-1)A_5^{(2)}]\ln(r_3) + \\ (4\mu_2-3)A_5^{(2)} + 6\mu_2A_9^{(2)} + 12(2\mu_2-3)r_3^2A_{10}^{(2)} + \\ A_7^{(2)}/r_3^2 = -kH \\ (30)\end{aligned}$$

该处剪应力条件有:

$$-60\mu_2A_1^{(2)}r_3 - 2[3\mu_2A_4^{(2)} - 2(1-\mu_2)A_5^{(2)}]/r_3 + 48(2-\mu_2)r_3A_{10}^{(2)} = \alpha \quad (31)$$

$$\begin{aligned}4[4(2-\mu_2)A_2^{(2)} - 3\mu_2A_3^{(2)}]r_3 - \\ 2[\mu_2A_6^{(2)} - 2(1-\mu_2)A_8^{(2)}]/r_3 = \beta \\ (32)\end{aligned}$$

在内外壁交界处  $r=r_2$  处, 利用内外壁剪应力为 0 得到:

$$-60\mu_1A_1^{(1)}r_2 - 2[3\mu_1A_4^{(1)} - 2(1-\mu_1)A_5^{(1)}]/r_2 + 48(2-\mu_1)r_2A_{10}^{(1)} = 0 \quad (33)$$

$$\begin{aligned}4[4(2-\mu_1)A_2^{(1)} - 3\mu_1A_3^{(1)}]r_2 - \\ 2[\mu_1A_6^{(1)} - 2(1-\mu_1)A_8^{(1)}]/r_2 = 0 \\ (34)\end{aligned}$$

$$-60\mu_2A_1^{(2)}r_2 - 2[3\mu_2A_4^{(2)} - 2(1-\mu_2)A_5^{(2)}]/r_2 + 48(2-\mu_2)r_2A_{10}^{(2)} = 0 \quad (35)$$

$$\begin{aligned}4[4(2-\mu_2)A_2^{(2)} - 3\mu_2A_3^{(2)}]r_2 - \\ 2[\mu_2A_6^{(2)} - 2(1-\mu_2)A_8^{(2)}]/r_2 = 0 \\ (36)\end{aligned}$$

利用正应力连续性条件:

$$-10(1+2\mu_1)A_1^{(1)} + A_4^{(1)}/r_2^2 + 8(1-2\mu_1)A_{10}^{(1)} = -10(1+2\mu_2)A_1^{(2)} + A_4^{(2)}/r_2^2 + 8(1-2\mu_2)A_{10}^{(2)} \quad (37)$$

$$\begin{aligned}8(1-2\mu_1)A_2^{(1)} - 6(1+2\mu_1)A_3^{(1)} + A_6^{(1)}/r_2^2 \\ = 8(1-2\mu_2)A_2^{(2)} - 6(1+2\mu_2)A_3^{(2)} + A_6^{(2)}/r_2^2 \\ (38)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}30\mu_1A_1^{(1)}r_2^2 + [6\mu_1A_4^{(1)} + 2(2\mu_1-1)A_5^{(1)}]\ln(r_2) + \\ (4\mu_1-3)A_5^{(1)} + 6\mu_1A_9^{(1)} + 12(2\mu_1-3)r_2^2A_{10}^{(1)} + A_7^{(1)}/r_2^2 \\ = 30\mu_2A_1^{(2)}r_2^2 + [6\mu_2A_4^{(2)} + 2(2\mu_2-1)A_5^{(2)}]\ln(r_2) + \\ (4\mu_2-3)A_5^{(2)} + 6\mu_2A_9^{(2)} + 12(2\mu_2-3)r_2^2A_{10}^{(2)} + A_7^{(2)}/r_2^2 \\ (39)\end{aligned}$$

利用位移连续性条件:

$$\begin{aligned}\frac{3A_4^{(1)}}{2G_1r_2} + \frac{15A_1^{(1)}r_2}{G_1} - \frac{12r_2A_{10}^{(1)}}{G_1} \\ = \frac{3A_4^{(2)}}{2G_2r_2} + \frac{15A_1^{(2)}r_2}{G_2} - \frac{12r_2A_{10}^{(2)}}{G_2} \\ (40)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{A_6^{(1)}}{G_1r_2} - \frac{r_2(8A_2^{(1)} - 6A_3^{(1)})}{G_1} \\ = \frac{A_6^{(2)}}{G_2r_2} - \frac{r_2(8A_2^{(2)} - 6A_3^{(2)})}{G_2} \\ (41)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\frac{A_7^{(1)}}{2G_1r_2} - r_2[A_5^{(1)}/2 + A_5^{(1)}\ln(r_2)]/G_1 - \frac{6r_2^3}{G_1}A_{10}^{(1)} \\ = -\frac{A_7^{(2)}}{2G_2r_2} - r_2[A_5^{(2)}/2 + A_5^{(2)}\ln(r_2)]/G_2 - \frac{6r_2^3}{G_2}A_{10}^{(2)} \\ (42)\end{aligned}$$

联立求解方程组(23)~(42), 便可以得到待定系数  $A_1^{(i)} \sim A_{10}^{(i)}$ , 将这些系数回代入式(18)~(22)中便可以得到一组侧面边界特解。

### 2.3 均布端部力作用下的解答

在内外壁中选取应力函数:  $\varphi^{(i)} = C_1^{(i)}z^3C_2^{(i)}zr^2 + C_3^{(i)}z\ln(r)$ , 代入 Love 通解中得到:

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(i)} &= 6\mu_iC_1^{(i)} + 2(2\mu_i-1)C_2^{(i)} + C_3^{(i)}/r^2 \\ \sigma_\theta^{(i)} &= 6\mu_iC_1^{(i)} + 2(2\mu_i-1)C_2^{(i)} - C_3^{(i)}/r^2 \\ \sigma_z^{(i)} &= 6(1-\mu_i)C_1^{(i)} + 4(2-\mu_i)C_2^{(i)} \\ \tau_{rz}^{(i)} &= 0 \\ u_r^{(i)} &= -(2C_2^{(i)}r + C_3^{(i)}/r)/2G_i\end{aligned} \quad (43)$$

式中  $C_1^{(i)} \sim C_3^{(i)}$  为待定系数。

利用式(13)~(14)可建立待定系数的方程如下:

$$6(1-\mu_1)C_1^{(1)} + 4(2-\mu_1)C_2^{(1)} = N_{13} \quad (44)$$

$$6(1-\mu_2)C_1^{(2)} + 4(2-\mu_2)C_2^{(2)} = N_{23} \quad (45)$$

$$6\mu_1C_1^{(1)} + 2(2\mu_1-1)C_2^{(1)} + C_3^{(1)}/r_1^2 = 0 \quad (46)$$

$$6\mu_2 C_1^{(2)} + 2(2\mu_2 - 1)C_2^{(2)} + C_3^{(2)} / r_3^2 = 0 \quad (47)$$

$$6\mu_1 C_1^{(1)} + 2(2\mu_1 - 1)C_2^{(1)} + C_3^{(1)} / r_2^2 = 6\mu_2 C_1^{(2)} + 2(2\mu_2 - 1)C_2^{(2)} + C_3^{(2)} / r_2^2 \quad (48)$$

$$-(2C_2^{(1)} r_2 + C_3^{(1)} / r_2) / 2G_1 = -(2C_2^{(2)} r_2 + C_3^{(2)} / r_2) / 2G_2 \quad (49)$$

联立求解方程组, 将得到的系数回代入式(43)便可以得到均布端部力作用下的解答。

## 2.4 圣维南解的获得

将重力特解、侧面边界特解及均布端部力作用下的解答叠加后即获得简化力学模型图 1b 的一组圣维南解。

## 3 算例分析

### 3.1 计算参数

下面以文献[11]中附加力模拟试验结果为依据, 应用前面的分析方法对某塑料板夹层双层井壁进行应力计算。

井筒  $r_1=3.25$  m,  $r_2=3.75$  m,  $r_3=4.45$  m, 表土段长为 240 m; 井壁材料均为 350#钢筋混凝土, 材料容重为  $0.024$  MN/m<sup>3</sup>, 弹性模量为 30 GPa, 泊松比为 0.21。

附加力拐点深度参数  $H=50$  m, 参数  $\alpha$ ,  $\beta$  取文献[11]模拟试验中井壁破坏时刻的试验数据:

$$\alpha = -2.45 \times 10^{-4} \text{ MPa/m}, \beta = 0.064 \text{ MPa}$$

此时侧压力系数  $k$  为 0.011 8。

本文应用文献[8]中的方法计算了相同条件下相同厚度与材料的单层井壁, 用于与该双层井壁结构的对比分析。

### 3.2 结果分析

图 2, 3 分别为距地表 230 m 深度处环向、径向正应力在 2 种井壁中沿径向的变化规律。从图 2 可以看出: 与单层井壁相同位置相比, 双层井壁内壁环向受压较小, 相差幅度约 2 MPa; 外壁环向受压较大, 相差幅度约 1.5 MPa。图 3 表明双层井壁内外壁径向正应力与单层井壁相同位置相比较为接近。

对某一层井壁(单层井壁整体、双层井壁内壁或外壁)而言, 轴向正应力沿径向的变化较小。图 4 为 2 种井壁中轴向正应力随深度( $z'$ )的变化曲线, 从图中可以看出: 与单层井壁相比, 双层井壁内壁轴向受压较小, 在深 230 m 处仅约为单层井壁的 30%; 而外壁轴向受压则较大, 在深 230 m 处约为单层井壁的 130%。这是由于双层井壁内外壁处于可滑动

状态, 外壁独自承担了其外侧的竖直附加力, 而不再将该力传递到井筒内壁。

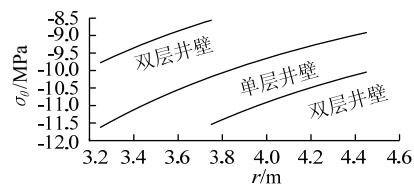


图 2 2 种井壁环向正应力变化 (深 230 m 处)

Fig.2 Tangential stresses of the two shafts (230 m depth)

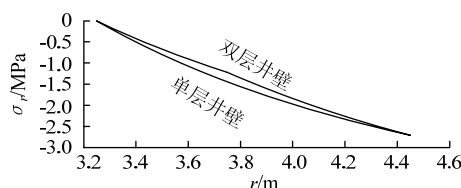


图 3 2 种井壁径向正应力变化 (深 230 m 处)

Fig.3 Radial stresses of the two shafts (230 m depth)

对比图 2~4 中各应力可知, 在较深处, 该双层井壁内壁有  $|\sigma_\theta| > |\sigma_z| > |\sigma_r|$ , 而外壁则有  $|\sigma_z| > |\sigma_\theta| > |\sigma_r|$ 。

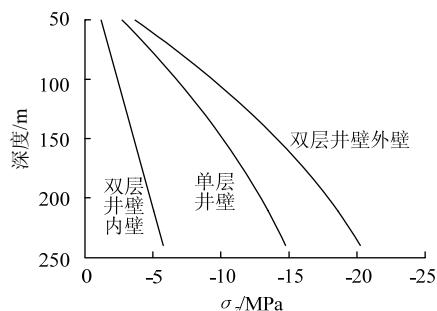


图 4 2 种井壁轴向正应力变化

Fig.4 Longitudinal stresses of the two shafts

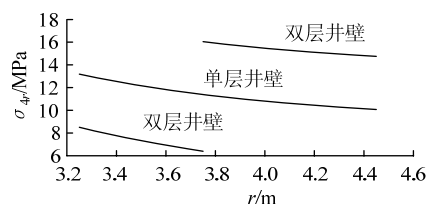


图 5 2 种井壁相当应力变化 (深 230 m 处)

Fig.5 Fourth equivalent stresses of the two shafts (230 m depth)

为了分析对比 2 种井壁的安全性, 应用第四强度理论, 其相当应力可以表示为

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad (50)$$

图 5 为深 230 m 处 2 种井壁相当应力沿径向变

化曲线, 可知单层井壁内侧为最危险位置, 而双层井壁内壁的安全性则较高; 与单层井壁相同位置相比, 其相当应力减小约 5 MPa。双层井壁外壁安全性则较低, 与单层井壁相同位置相比, 其相当应力增大约 4 MPa。该结果与文献[4]中的现场观测是一致的。采用这种双层井壁结构对井筒的安全生产相对有利, 并且对于该井壁结构, 其外壁是需要加强治理的薄弱环节。

#### 4 结 论

1) 针对特殊地层中一种塑料板夹层双层井壁结构, 建立了该井壁结构的简化力学模型, 并获得了一组圣维南解。

2) 与相同条件下单层井壁相比, 该双层井壁内壁环向受压较大, 轴向受压较小, 而径向正应力相差不大, 并且有  $|\sigma_\theta| > |\sigma_z| > |\sigma_r|$ ; 双层井壁外壁环向受压较小, 轴向受压较大, 而径向正应力相差不大, 并且有  $|\sigma_z| > |\sigma_\theta| > |\sigma_r|$ 。

3) 与单层井壁相比, 该双层井壁内壁安全性得到了较大提高, 而外壁安全性则相应减弱。

#### 参考文献:

- [1] 吕恒林, 崔广心. 深厚表土中井壁破裂的力学机理[J]. 中国矿业大学学报, 1999, 28(6): 539-543.  
LYU Henglin, CUI Guangxin. Mechanical mechanism of shaft lining structure fracture in thick alluvium[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1999, 28(6): 539-543.
- [2] 周国庆. 深厚表土立井井壁受力模拟研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 1989.
- [3] 崔广心, 杨维好, 吕恒林. 深厚表土层中的冻结壁和井壁[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1998: 131-158.
- [4] 孙启凯. 复合井壁技术在淮北矿区的应用和发展[J]. 煤炭学报, 1991, 16(1): 13-26.  
SUN Qikai. Application and development of composite shaft lining techniques in Huaibei[J]. Journal of China Coal Society, 1991, 16(1): 13-26.
- [5] 蒋斌松. 复合井壁的弹性分析[J]. 煤炭学报, 1997, 22(4): 397-401.  
JIANG Binsong. Elastic analysis of the composite shaft linings[J]. Journal of China Coal Society, 1997, 22(4): 397-401.
- [6] 蒋斌松. 有限长复合井壁的轴对称变形问题[J]. 工程力学, 1998, 15(4): 89-95.  
JIANG Binsong. On axisymmetric deformation analysis of a finite composite shaft lining[J]. Engineering Mechanics, 1998, 15(4): 89-95.
- [7] 周扬, 周国庆. 考虑治理荷载作用时井壁严格轴对称变形分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(7): 999-1004.  
ZHOU Yang, ZHOU Guoqing. Strict axisymmetric deformation analysis of shaft linings considering shaft-curing load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(7): 999-1004.
- [8] 周国庆, 程锡禄. 特殊地层中的井壁应力计算问题[J]. 中国矿业大学学报, 1995, 24(4): 24-30.  
ZHOU Guoqing, CHENG Xilu. Study on the stress calculation of shaft lining surrounded by special strata[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1995, 24(4): 24-30.
- [9] 周扬, 周国庆, 梁化强. 井壁约束内壁治理方法的力学分析[J]. 中国矿业大学学报, 2009, 38(2): 197-202.  
ZHOU Yang, ZHOU Guoqing, LIANG Huaqiang. Mechanical analysis of a restricting inside lining used in the shaft-curing method[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2009, 38(2): 197-202.
- [10] 周扬, 周国庆. 塑料板夹层双层井壁的轴对称变形分析[J]. 煤炭学报, 2010, 35(9): 1470-1475.  
ZHOU Yang, ZHOU Guoqing. Analysis of deformation of axisymmetric plastic sandwich double wall[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(9): 1470-1475.
- [11] 周国庆, 程锡禄, 崔广心. 粘土层中立井井壁附加力的模拟研究[J]. 中国矿业大学学报, 1991, 20(3): 86-91.  
ZHOU Guoqing, CHENG Xilu, CUI Guangxin. Simulation research on additional force acting on the vertical shaft lining in clay[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1991, 20(3): 86-91.