

文章编号: 1673-3363-(2015)06-1010-07

# 三轴条件下完整岩石 Hoek-Brown 强度准则的改进

李斌<sup>1</sup>, 许梦国<sup>1</sup>, 刘艳章<sup>1</sup>, 王平<sup>1,2</sup>

(1. 武汉科技大学冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430081;

2. 华中科技大学土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要** Hoek-Brown 准则作为应用最广的岩石强度准则之一, 其主要有 2 个方面的局限性: 1) 在常规三轴高围压条件下, 根据 Hoek-Brown 准则预测的强度与试验实测的强度数据偏差较大; 2) 在真三轴条件下, 该准则忽略了中间主应力对岩石真三轴强度的影响。为了克服以上局限性, 引入 Barton 提出的临界围压和 Singh 中间主应力处理办法对 Hoek-Brown 准则进行改进。通过大量完整岩石强度试验数据分析改进的 Hoek-Brown 准则对三轴强度预测的适用性, 分析结果表明: 在围压低于临界围压时改进前后 2 个准则预测的岩石强度基本一致, 而在围压高于临界围压时改进的 Hoek-Brown 准则预测的结果与试验数据更吻合; 真三轴试验条件下, 考虑中间主应力的改进的 Hoek-Brown 强度准则与试验结果的平均误差最小。因此, 改进的 Hoek-Brown 强度准则更适用于完整岩石的三轴强度的预测。

**关键词** 完整岩石; Hoek-Brown 强度准则; 三轴; 临界围压; 中间主应力

**中图分类号** TU 45 **文献标志码** A **DOI** 10.13545/j.cnki.jmse.2015.06.023

## Modified Hoek-Brown strength criterion for intact rocks under the condition of triaxial stress test

LI Bin<sup>1</sup>, XU Mengguo<sup>1</sup>, LIU Yanzhang<sup>1</sup>, WANG Ping<sup>1,2</sup>

(1. Hubei Key Laboratory for Efficient Utilization and Agglomeration of Metallurgic Mineral Resources, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

**Abstract** As one of the most widely-used rock strength criteria, Hoek-Brown criterion mainly suffers two limitations. Firstly, the triaxial strength results predicted by Hoek-Brown criterion at high value of confining pressure do not agree well with experimental data. Secondly, the effect of intermediate principal stress to rock true triaxial strength is ignored by the criterion. In the present study, to overcome the limitations, Hoek-Brown strength criterion is modified by employing Barton's critical confining pressure and Singh's treatment of intermediate principal stress. The applicability of the modified criterion has been verified by its application to a large number of intact rocks experiment data. The analyzing result shows that the strength predicted by the two criteria are basically consistent when confining pressure is under critical confining pressure; otherwise the modified Hoek-Brown criterion agrees better with experimental data. Under the condition of true triaxial test, the average error between modified Hoek-Brown criterion considered intermediate principal stress and experimental data is the least. Thus,

收稿日期: 2014-04-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51074115)

作者简介: 李斌(1988—), 男, 湖北省钟祥市人, 博士, 从事岩石力学及采矿方法与工艺方面的研究。

通信作者: 刘艳章

E-mail: liuyanzhang@163.com

Tel: 15327382608

the modified Hoek-Brown criterion is more suitable to predict triaxial strength of intact rocks.

**Key words** intact rock; Hoek-Brown strength criterion; triaxial; critical confining pressure; intermediate principal stress

岩体原岩应力是引起采矿、水利水电、土木建筑、铁道、公路、军事和其他各种地下或露天岩石开挖工程变形和破坏的根本作用力<sup>[1]</sup>。当对岩体进行开挖时,将会使应力场重新分布,并可能导致岩石变形和破坏。强度准则就是用来定义各种应力场下岩石的强度和确定岩石破坏时塑性区的范围。因此,岩石强度准则在岩石开挖工程设计和决策中有着非常重要的意义。

目前针对完整岩石,国内外学者已提出一系列强度准则,其中大部分是基于力学原理。然而在实际应用中尤其是采矿工程和岩土工程行业,最重要的问题是如何容易地获取岩石强度准则中的参数,也许是基于这个原因,尽管有众多的强度准则,但广义 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 准则是应用最流行、范围最广的强度准则。大量研究表明有效正应力为压缩(正值)时,莫尔包络线趋近于曲线<sup>[2-3]</sup>,相比广义 Mohr-Coulomb 强度准则,Hoek-Brown 准则更符合实际情况。然而 Hoek-Brown 准则主要有 2 个方面的局限性:1) 在高围压状态下, Hoek-Brown 准则预测的结果与试验数据偏差较大, Yang Yugui 等<sup>[4]</sup>研究冻土时发现在高围压时, Hoek-Brown 准则并不能很好地与试验结果吻合,田军<sup>[5]</sup>通过对 23 组岩石进行三轴试验发现 Hoek-Brown 强度准则均方差很大;2) 在 2002 版 Hoek-Brown 公式中<sup>[6]</sup>,该准则忽略了中间主应力  $\sigma_2$  的作用,而有充分的证据证明中间主应力对岩石的强度存在比较大的影响<sup>[7-11]</sup>,除了少数非膨胀岩石<sup>[12]</sup>。

国内外学者对 Hoek-Brown 准则进行过改进,如闫长斌等<sup>[13]</sup>通过对岩体受扰动程度系数的修正来进行准则的改进, H. Saroglou 等<sup>[14]</sup>针对各向异性岩石引入新的系数进行准则的改进,文献[8]引入中间主应力对准则进行改进。以上改进的方式主要是针对某种岩石对准则参数的修正,并没实质性解决 Hoek-Brown 准则主要的 2 个局限性。本文研究重点就是为克服以上局限性,对 Hoek-Brown 强度准则进行改进。第 1 步,进行 Hoek-Brown 准则改进公式的推导;第 2 步,提出考虑中间主应力的 Hoek-Brown 准则,用来确定真三轴状态下的岩石强度;第 3 步,用已公开发表文献中大量的三轴试验结果

来验证改进的 Hoek-Brown 准则的适用性,并与其他准则进行比较。

## 1 岩石破坏临界状态

岩石破坏的机理就是其由脆性向延性的转变,在足够大的围压作用下岩石呈现完全延性状态,当进一步增加围压时岩石就进入破坏临界状态。岩石在围压作用下,其强度是随着围压的增加而增加,在低围压状态下,岩石强度增长率一般具有较大的值,而随着围压的增加,强度增长率会逐渐降低。

在  $\tau$ - $\sigma$  坐标系中岩石破坏包络线呈现非线性和向下凹陷(图 1)。当包络线经过剪应力轴时其切线比较陡峭,而随着围压的增大逐渐平缓,在足够大的围压时则为水平线。N. Barton<sup>[15]</sup>指出这种现象为岩石的破坏临界状态,当剪应力出现峰值时该点的切线梯度趋近于 0。E. Hoek<sup>[16]</sup>通过分析印第安纳石灰岩三轴试验数据(图 2),支持了 Barton 的观点,岩石在高围压时进入延性阶段,其包络线切线梯度逐渐趋近于 0。与此同时, B. H. G. Brady 和 E. T. Brown<sup>[17]</sup>做裂纹扩展实验时发现偏应力( $\sigma_1$ - $\sigma_3$ )接近常数时裂纹起裂,也验证了 Barton 观点的正确性。

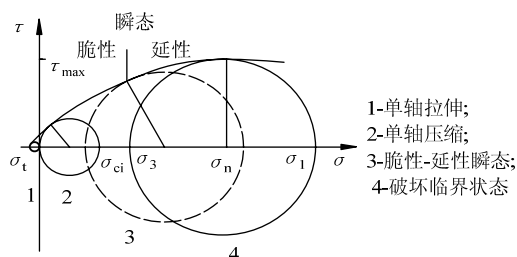


图 1 完整岩石临界状态

Fig.1 Critical state of intact rocks

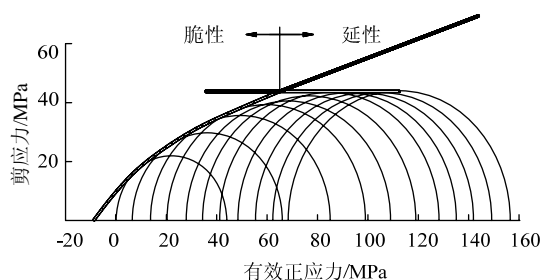


图 2 印第安纳石灰岩临界状态

Fig.2 Critical state for Indiana limestone

## 2 普通三轴条件下改进的 Hoek-Brown 强度准则

### 2.1 公式推导

图 3 是在 $(\sigma_1-\sigma_3)$ - $\sigma_3$ 坐标系中 Hoek-Brown 的强度曲线, 文献[6]中, Hoek-Brown 强度准则为

$$(\sigma_1-\sigma_3) = (m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2)^a \quad (1)$$

式中:  $m$  为与岩石类型有关的常数;  $s$  和  $a$  为与岩体有关的常数, 对于完整岩石材料  $s=1$ ,  $a=0.5$ ;  $\sigma_c$  为完整岩石材料的单轴抗压强度;  $(\sigma_1-\sigma_3)$  为岩石破坏时的偏应力;  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  分别为岩石破坏时的最大主应力和最小主应力。对于完整岩石, Hoek-Brown 强度准则式(1)可表示为

$$(\sigma_1-\sigma_3) = (m\sigma_c\sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} \quad (2)$$

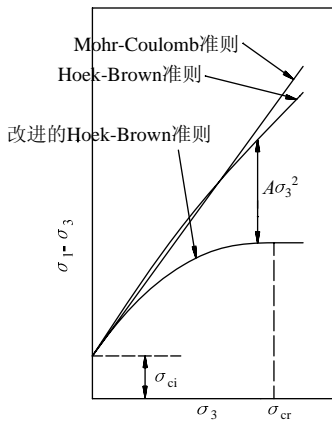


图 3 改进的 Hoek-Brown 准则

Fig.3 Modified Hoek-Brown criterion

假设对于给定的围压  $\sigma_3$ , 破坏时的偏应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 误差为  $A\sigma_3^2$ , 其中,  $A$  为与岩石类型有关的常数,  $\sigma_3^2$  选择是基于三轴试验结果, 而且发现拟合度比较好, 则改进的 Hoek-Brown 准则可以写成

$$(\sigma_1-\sigma_3) = (m\sigma_c\sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} - A\sigma_3^2 \quad (3)$$

由岩石破坏临界状态的概念认为, 当  $\sigma_3$  趋近于临界围压  $\sigma_{cr}$  时, 图 3 中的曲线梯度趋近于 0, 即

$$\sigma_3 \rightarrow \sigma_{cr}, \frac{\partial(\sigma_1-\sigma_3)}{\partial\sigma_3} \rightarrow 0$$

由式(3)对  $\sigma_3$  求微分得到

$$\frac{\partial(\sigma_1-\sigma_3)}{\partial\sigma_3} = \frac{m\sigma_c}{2\sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + \sigma_c^2}} - 2A\sigma_3 \quad (4)$$

在临界状态,  $\sigma_3=\sigma_{cr}$ ,  $\partial(\sigma_1-\sigma_3)/\partial\sigma_3=0$ , 即

$$\begin{aligned} \frac{m\sigma_c}{2\sqrt{m\sigma_c\sigma_{cr} + \sigma_c^2}} - 2A\sigma_{cr} &= 0 \\ A &= \frac{m\sigma_c}{4\sigma_{cr}\sqrt{m\sigma_c\sigma_{cr} + \sigma_c^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

则改进的 Hoek-Brown 强度准则可表示为

$$\begin{aligned} (\sigma_1-\sigma_3) &= (m\sigma_c\sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} - \\ &\frac{m\sigma_c}{4\sigma_{cr}\sqrt{m\sigma_c\sigma_{cr} + \sigma_c^2}}\sigma_3^2, 0 \leq \sigma_3 \leq \sigma_{cr} \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)只适用到临界状态( $\sigma_3 \leq \sigma_{cr}$ ), 当  $\sigma_3=\sigma_{cr}$  时岩石的剪切强度到达最大值, 在  $\sigma_3 \geq \sigma_{cr}$  岩石破坏时偏应力将会是常数:

$$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max} = (m\sigma_c\sigma_{cr} + \sigma_c^2)^{0.5} - \frac{m\sigma_c\sigma_{cr}}{4\sqrt{m\sigma_c\sigma_{cr} + \sigma_c^2}} \quad (7)$$

改进的 Hoek-Brown 强度准则用到 3 个参数:

$m$ ,  $\sigma_c$  和  $\sigma_{cr}$ 。B. Haimson<sup>[18]</sup>声明岩石最重要的力学性质就是抗压强度, 这里假定对于给定岩石的单轴抗压强度  $\sigma_c$  具有合理的精度。如果确定了岩石的临界围压  $\sigma_{cr}$ , 那么只剩下一个参数  $m$  需要通过实验室三轴试验来确定。

### 2.2 临界围压的确定

N. Barton<sup>[15]</sup>指出在临界围压时莫尔包络线趋近水平线, 其切线梯度近似为 0, 这种情况下临界围压一般较大。图 1 按照 Barton 的解释应理解为岩石经历脆性阶段、脆性向延性转化阶段和延性进入临界状态。临界围压一般与岩石类型有关, 杨圣奇等<sup>[19]</sup>提出粗粒大理岩的临界围压为  $0.47\sigma_c$ , 徐松林等<sup>[20]</sup>给出大理岩的临界围压约为  $(0.85\sim 1.0)\sigma_c$ , M. Singh<sup>[21]</sup>通过对 201 组完整岩石的三轴试验结果进行分析, 提出当临界围压近似等于  $\sigma_c$  时一致性方差最小, E. Hoek<sup>[16]</sup>提出当围压超过  $\sigma_c$  时岩石会进入脆性向延性转化阶段。

综合考虑上述学者的研究成果, 本文将临界围压  $\sigma_{cr}$  的取值为单轴抗压强度  $\sigma_c$ , 则改进的 Hoek-Brown 强度准则可写成

$$\begin{aligned} (\sigma_1-\sigma_3) &= (m\sigma_c\sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} - \\ &\frac{m}{4\sigma_c\sqrt{m+1}}\sigma_3^2, 0 \leq \sigma_3 \leq \sigma_c \end{aligned} \quad (8)$$

上述半经验式(8)适用范围为  $0 \leq \sigma_3 \leq \sigma_c$ 。偏应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 在岩石破坏时随着  $\sigma_3$  的增加而增加, 并在  $\sigma_3=\sigma_c$  时达到最大值, 当  $\sigma_3$  继续增加时偏应力保持常数。偏应力最大值可以通过用  $\sigma_c$  代替式(8)右边部分的  $\sigma_3$ , 从而得到

$$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max} = \frac{3m+4}{4\sqrt{m+1}}\sigma_c \quad (9)$$

### 2.3 改进 Hoek-Brown 强度准则的适用性

为验证本文提出的改进 Hoek-Brown 强度准则的适用性, 将其与 2 个世界范围内广泛应用的强度

准则(Hoek-Brown 准则和 Mohr-Coulomb 准则)进行比较。Mohr-Coulomb 准则用主应力可以表示为

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \quad (10)$$

表 1 印第安纳石灰岩三轴试验数据  
Table 1 Triaxial test data for Indiana limestone

$\sigma_3/\text{MPa}$	0	6.5	13.7	20.3	27.9	34.4	41.2	48.4	55.4	62.3	68.4
$\sigma_1/\text{MPa}$	44	66	85	99	109	119	128.2	135.1	141.9	149.1	156.5

将以上试验数据代入 Mohr-Coulomb 强度准则、Hoek-Brown 强度准则和本文提出的改进 Hoek-Brown 强度准则，并通过以下方式得到最适合 3 种强度准则的参数：① 只考虑前 3 组试验数据(其中包括  $\sigma_3=0$  时的数据)；② 随着围压的增加，

式中： $c$  为内聚力； $\varphi$  为内摩擦角。  
E. Hoek<sup>[16]</sup>在分析印第安纳石灰岩三轴试验结果时有 11 组数据，其中包括一组单轴抗压试验数据，如表 1 所列。

表 2 3 种强度准则的最适合参数  
Table 2 Best fitting parameters for three criterions

三轴试验 数据组数	Mohr-Coulomb 准则		Hoek-Brown 准则		改进的 Hoek-Brown 准则	
	$c/\text{MPa}$	$\varphi/(\text{^\circ})$	$m$	$\sigma_c$	$m$	$\sigma_c$
3	12.72	29.93	5.22	44.00	5.79	44.00
4	16.31	24.22	5.22	44.00	5.79	44.00
5	16.31	24.22	4.77	44.00	5.71	44.00
6	18.67	19.60	2.77	51.16	5.14	44.00
7	19.46	18.08	2.50	51.94	5.29	44.00
8	19.46	18.08	2.50	51.94	5.27	44.00
9	25.32	12.83	2.20	52.78	5.29	44.00
10	27.14	10.46	1.09	64.21	4.47	47.00
11	28.38	8.87	0.88	65.54	4.40	47.31
平均值	20.42	18.48	3.02	52.17	5.24	44.70
标准方差	5.37	6.96	1.67	8.10	0.52	1.39

从表 2 可以观察到 Mohr-Coulomb 准则的参数  $c$ ， $\varphi$  和 Hoek-Brown 准则的参数  $m$ ， $\sigma_c$  均有较大的变化，其标准方差分别为 5.37，6.96，1.67 和 8.10；而本文改进的 Hoek-Brown 准则的参数  $m$ ， $\sigma_c$  保持稳定，其标准方差分别为 0.52 和 1.39，尤其是  $\sigma_c$  在前 9 组试验数据都保持 44 MPa 不变。这就表明对于同种类型岩石，通过采用不同围压来确定 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则的参数时，该参数对围压的变化非常敏感，而改进的 Hoek-Brown 准则参数对围压具有非常低的敏感度。换句话说，为了了解高应力状态下岩石的力学行为，如果采用 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则就必须进行高围压下的三轴试验，而如果采用本文提出的改进 Hoek-Brown 准则只需要进行低围

考虑前 4 组数据、前 5 组数据，等等；③ 考虑全部的 11 组数据，确定准则的参数。得到的 3 种强度准则最适合参数如表 2 所列，包括平均值和标准方差。

压下的三轴试验。  
2.4 3 种准则预测强度的比较

这里假定只有前 3 组数据可用，利用其得到 3 种强度准则的参数，然后通过这些参数来确定其他围压下岩石的三轴强度，最后对比预测的结果与试验结果。

1) Mohr-Coulomb 强度准则

利用前 3 组数据得到 Mohr-Coulomb 强度准则参数(表 2)： $c=12.72$  MPa， $\varphi=29.93^\circ$ 。则 Mohr-Coulomb 强度准则(式(10))可表示为

$$\sigma_1 = 44 + 2.99\sigma_3 \quad (11)$$

2) Hoek-Brown 强度准则

利用前 3 组数据得到 Hoek-Brown 强度准则参数(表 2)： $m=5.22$ ， $\sigma_c=44$  MPa。则 Hoek-Brown 强

度准则(式(2))可表示为

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (229.68\sigma_3 + 1936)^{0.5} \quad (12)$$

### 3) 改进的 Hoek-Brown 强度准则

利用前 3 组数据得到改进的 Hoek-Brown 强度准则参数(表 2):  $m=5.79$ ,  $\sigma_c=44$  MPa。则改进的 Hoek-Brown 强度准则(式(8))可表示为

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (254.76\sigma_3 + 1936)^{0.5} - 0.0126\sigma_3^2, \quad (13)$$

$$0 \leq \sigma_3 \leq 44 \text{ MPa}$$

当围压  $\sigma_3 \geq 44$  MPa 时, 通过式(9)得到

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 90.21 \quad (14)$$

上述表达式用来确定印第安那石灰岩在给定围压时的三轴强度, 如表 3 所列, 图 4 是以上 3 种强度准则预测结果和试验结果的对比。

表 3 3 种强度准则预测结果与试验结果  
Table 3 Prediction results of three criterions  
with experiment data

围压 $\sigma_3$ / MPa	3 种强度准则预测的 $\sigma_1$ /MPa			三轴试验 结果 $\sigma_1$ /MPa
	Mohr- Coulomb	Hoek- Brown	改进的 Hoek- Brown	
0	44.000	44.00	44.00	44.0
6.5	63.435	65.06	65.90	66.0
13.7	84.963	84.99	85.00	85.0
20.3	104.697	101.53	99.41	99.0
27.9	127.421	119.25	113.19	109.0
34.4	146.856	133.58	122.80	119.0
41.2	167.188	147.97	131.31	128.2
48.4	188.716	162.65	138.61	135.1
55.4	209.646	176.48	143.42	141.9
62.3	230.277	189.76	152.51	149.1
68.4	248.516	201.24	158.61	156.5

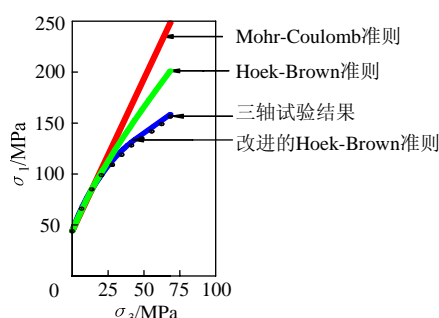


图 4 3 种强度准则预测结果与试验结果的对比

Fig.4 Comparison of experimental and predicted strength  
by the three criterions

从表 3 和图 4 可看出: 当围压低于单轴抗压强度时, 3 种准则预测的强度基本一致, 而且与试验结果比较吻合; 当围压高于单轴抗压强度时, Mohr-Coulomb 准则预测的强度远超过试验结果,

在最大围压 68.4 MPa 时误差达到 58.80%, 同样 Hoek-Brown 准则预测的强度也较大幅度超过试验结果, 在最大围压 68.4 MPa 时误差达到 28.58%, 而本文提出的改进 Hoek-Brown 准则预测的结果与试验结果非常吻合, 在最大围压 68.4 MPa 时误差仅 1.35%。值得提出的是, 应用改进的 Hoek-Brown 准则时, 仅需要知道准则在低围压时的参数就可以确定岩石在高围压时的强度。

## 3 真三轴条件下改进的 Hoek-Brown 强度准则

在实际工程中岩石通常处于真三轴环境中, 大量的真三轴试验<sup>[7-12]</sup>表明, 中间主应力对岩石的强度有较大的影响。为此, 一系列考虑到中间主应力的多轴强度准则相继被提出, 如 Modified Lade 准则<sup>[22]</sup>、Modified Wiebols and Cook 准则、Inscribed Drucker-Prager 准则、Circumscribed Drucker-Prager 准则和 Mogi-Coulomb 准则<sup>[11-12]</sup>。

### 3.1 考虑到 $\sigma_2$ 的改进 Hoek-Brown 强度准则

针对 Hoek-Brown 强度准则没有考虑到  $\sigma_2$  的缺陷, B. Singh<sup>[23]</sup>用  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  的平均值代替  $\sigma_3$  代入式(1)得到修正的 Hoek-Brown 强度准则:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \left( m\sigma_c \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} + s\sigma_c^2 \right)^a \quad (15)$$

本文采用的方法是用  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  的平均值代替  $\sigma_3$  代入式(8)得到考虑到  $\sigma_2$  的改进 Hoek-Brown 强度准则:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \left( m\sigma_c \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} + \sigma_c^2 \right)^{0.5} - \frac{m}{4\sigma_c \sqrt{m+1}} \left( \frac{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}{2} \right), \quad (16)$$

$$0 \leq \sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_c$$

考虑到  $\sigma_2$  的改进 Hoek-Brown 强度准则式(16)的适用范围为  $0 \leq \sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_c$ 。如果  $\sigma_3$  或  $\sigma_2$  超过  $\sigma_c$ , 则用  $\sigma_c$  代替式(16)右边式子中的  $\sigma_3$  或  $\sigma_2$ 。

### 3.2 考虑到 $\sigma_2$ 的改进 Hoek-Brown 强度准则的适用性

下面将通过已公开发表的文献[11]和 Yu Mao-hong 对岩石材料统一强度准则的研究<sup>[24]</sup>中涉及的 7 种岩石(Dunham 白云石, 43 组; Mizuho 粗面岩, 31 组; 大理岩, 35 组; KTB 角闪岩, 37 组; Solenhofen 石灰石, 29 组; Shirahama 砂岩, 38 组; Yuubari 页岩, 26 组)的真三轴试验结果(由于数据较多, 这里仅列出部分真三轴试验结果, 如表 4 所列), 来验证考虑到  $\sigma_2$  的改进 Hoek-Brown 强度准则的适用

性，并与前面几种准则进行比较。具体的做法是：岩石在其他不同围压下的强度；第 3 步，将第 2 步的结果与试验结果比较算出误差，具体结果如表 5 所列。

第 1 步，根据每种岩石前 3 组试验结果(包括  $\sigma_3=\sigma_2=0$ ) 确定每种准则的参数；第 2 步，用不同准则预测该

表 4 部分真三轴试验数据  
Table 4 Part of polyaxial experimental data

$\sigma_3/\text{MPa}$	25	25	25	25	25	25	45	45	45	45	45	45	45	65
$\sigma_2/\text{MPa}$	67.64	91.18	135	176.5	232.4	300	100	123.5	155.88	179.4	238.2	267	300	117.6
$\sigma_1/\text{MPa}$	473.5	500	552.9	573.5	594.1	626.5	561.8	582.4	608.8	608.8	670.6	670.5	658.8	629.4

表 5 不同强度准则的预测误差  
Table 5 Error in prediction by different criterions

%

岩石类型	Modified Lade	Modified Wiebols and Cook	Inscribed Drucker-Prager	Circumscribed Drucker-Prager	Mogi-Coulomb	改进的 Hoek-Brown
Dunham 白云石	26.06	15.66	36.53	42.32	19.48	<b>3.77</b>
Mizuho 粗面岩	57.07	34.40	28.37	99.16	48.02	<b>10.22</b>
大理岩	17.91	21.76	47.93	19.26	27.40	<b>17.52</b>
KTB 角闪岩	50.16	<b>23.79</b>	45.21	103.67	43.75	34.58
Solenhofen 石灰石	<b>4.81</b>	5.32	22.07	8.33	4.94	11.25
Shirahama 砂岩	64.92	35.05	32.39	109.33	53.49	<b>26.58</b>
Yuubari 页岩	12.54	8.78	25.64	25.05	8.12	<b>6.81</b>
平均误差	33.35	20.68	34.02	58.16	29.31	15.82

表 5 中加粗数字代表不同准则预测每种岩石强度的误差最小值，可发现改进的 Hoek-Brown 准则占 5 个，而 Modified Lade 准则和 Modified Wiebols and Cook 准则各占 1 个。对以上不同类型岩石预测强度平均误差最小的是本文提出的改进 Hoek-Brown 强度准则(平均误差 15.82%)，其次是 Modified Wiebols and Cook 准则(平均误差 20.68%)。

通过以上分析可以得出，本文提出的考虑到  $\sigma_2$  的改进 Hoek-Brown 强度准则在大多数情况下表现得比其他准则好，由此认为在合理的精度范围内可以用该准则来预测完整岩石在多轴状态下的强度。

4 结 论

在涉及岩石的工程活动中，经常会应用到完整岩石的三轴强度和多轴强度。Hoek-Brown 准则作为世界范围内应用最广泛的强度准则之一，它不仅忽略了中间主应力  $\sigma_2$  的影响，而且其预测的岩石在高围压下的强度与实际强度偏差较大。针对以上局限性，本文对 Hoek-Brown 准则进行改进，得到以下几条结论：

1) 本文考虑到 Hoek-Brown 准则预测的岩石在高围压下的假三轴强度与实际强度偏差较大，对其进行改进并提出改进后的式(8)，(9)。在推导改进的

Hoek-Brown 准则公式时引入了 Barton 提出的临界状态这个概念，这个概念认为岩石在破坏后偏应力不会再增加。临界围压作为改进的 Hoek-Brown 准则的一个重要参数，其值在现如今没有确切的答案，本文根据大量的文献资料及 Hoek 本人的观点，认为临界围压等于岩石的单轴抗压强度。

2) 比较 Mohr-Coulomb, Hoek-Brown 和改进的 Hoek-Brown 准则对印第安纳石灰岩的预测强度与试验结果发现：当围压低于单轴抗压强度时，3 种准则预测的强度基本一致，而且与试验结果比较吻合；当围压高于单轴抗压强度时，Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则预测的强度大幅度超过试验结果，而本文提出的改进 Hoek-Brown 准则预测的结果与试验结果非常吻合。

3) 本文提出的准则另外一个改进就是考虑到中间主应力  $\sigma_2$  对岩石真三轴强度的影响。7 种岩石总计 239 组真三轴试验数据用来验证其适用性，并与另外 5 种准则进行比较。通过比较发现本文提出的准则预测的强度与试验结果的平均误差最小。

因此，本文提出的改进 Hoek-Brown 强度准则式(16)可更准确地预测完整岩石的三轴强度，尤其是仅通过岩石在低围压下的强度就可以在小误差范围内成功预测岩石在高围压下的强度。

## 参考文献:

- [1] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 129-130.
- [2] SINGH M, RAO K S. Bearing capacity of shallow foundations in anisotropic non-Hoek-Brown rock masses[J]. *Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering*, 2005, 131(8): 1014-1023.
- [3] 咎月稳, 俞茂宏, 王思敬. 岩石的非线性统一强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1435-1441. ZAN Yuewen, YU Maohong, WANG Sijing. Nonlinear unified strength criterion of rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(10): 1435-1441.
- [4] YANG Yugui, GAO Feng, LAI Yuanming. Modified Hoek-Brown criterion for nonlinear strength of frozen soil[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2013, 86: 98-103.
- [5] 田军. 经验型岩石强度准则的探讨[J]. 金属矿山, 2001(2): 23-25. TIAN Jun. Discussion on the experimental rock strength criterion[J]. *Metal Mine*, 2001(2): 23-25.
- [6] HOEK E, CARRANZA-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion: 2002 Edition[C]// *Proc NARMS-TAC Conference*. Toronto, 2002: 267-273.
- [7] HAIMSON B, CHANG C. A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock, and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2000, 37: 285-296.
- [8] 许宏发, 王发军, 江淼, 等. 岩石考虑中间主应力 Hoek-Brown 强度参数分析[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2012, 13(6): 635-639. XU Hongfa, WANG Fajun, JIANG Miao, et al. Parameters in Hoek-Brown's failure criterion considering intermediate principal stress of rock[J]. *Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2012, 13(6): 635-639.
- [9] WIEBOLS G, COOK N G W. An energy criterion for the strength of rock in polyaxial compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1968, 5: 529-549.
- [10] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1971, 76(5): 1255-1269.
- [11] COLMENARES L B, ZOBACK M D. A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002, 39: 695-729.
- [12] CHANG C, HAIMSON B. Non-dilatant deformation and failure mechanism in two Long Valley Caldera rocks under true triaxial compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2005, 42: 402-414.
- [13] 闫长斌, 徐国元. 对 Hoek-Brown 公式的改进及其工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 4030-4035. YAN Changbin, XU Guoyuan. Modification of Hoek-Brown expressions and its application to engineering[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(2): 4030-4035.
- [14] SAROGLU H, TSAMBAOS G. A modified Hoek-Brown failure criterion for anisotropic intact rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2008, 45: 223-234.
- [15] BARTON N. The shear strength of rock and rock joints[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1976, 13: 255-279.
- [16] HOEK E. Strength of jointed rock masses[J]. *Géotechnique*, 1983, 23(3): 187-223.
- [17] BRADY B H G, BROWN E T. 地下采矿岩石力学[M]. 余诗刚, 朱万成, 赵文, 等译. 北京: 科学出版社, 2011: 109-112.
- [18] HAIMSON B. A three-dimensional strength criterion based on true triaxial testing of rocks[C]// *International Symposium on Rock Mechanics*. SINOROCK, 2009: 19-22.
- [19] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 大理岩常规三轴压缩下强度和变形特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 475-478. YANG Shengqi, SU Chengdong, XU Weiya. Experimental investigation on strength and deformation properties of marble under conventional triaxial compression[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(3): 475-478.
- [20] 徐松林, 吴文, 王广印, 等. 大理岩等围压三轴压缩全过程研究 I: 三轴压缩全过程的峰前、峰后卸围压全过程实验[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 763-767. XU Songlin, WU Wen, WANG Guangyin, et al. Study on complete procedures of marble under triaxial compression I: testing study on complete procedure of triaxial compression and the processes of unloading confining at the pre-peak and post-peak[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(6): 763-767.
- [21] SINGH M, RAJ A, SINGH B. Modified Mohr-Coulomb criterion for non-linear triaxial and polyaxial strength on intact rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001, 48: 546-555.
- [22] LADE P. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1977, 13: 1019-1035.
- [23] SINGH B, GOEL R K, MEHROTRA V K, et al. Effect of intermediate principal stress in strength of anisotropic rock mass[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 1998, 13: 71-79.
- [24] YU Maohong, ZAN Yuewen, ZHAO Jian, et al. A unified strength criterion for rock material[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002, 39: 975-989.