

文章编号: 1673-3363-(2016)01-0146-06

# 深部工程模型试验的边界条件 及其模拟方法探讨

范鹏贤<sup>1,2</sup>, 王明洋<sup>1</sup>, 方向<sup>3</sup>

(1. 解放军理工大学爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007; 2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116; 3. 解放军理工大学野战工程学院, 江苏 南京 210007)

**摘要** 随着岩石工程埋深的逐渐增大, 地质力学模型试验的边界问题逐渐成为制约深部岩体模型试验科学性的关键因素之一。柔性加载技术的出现, 实现了模型边界应力的均匀加载, 但是仍然未能实现模型边界条件的严格相似。依据弹塑性理论, 分析了硐室开挖前后实际围岩边界处的应力和位移的变化情况, 揭示了现有加载边界条件模拟深部围岩赋存环境时的主要误差来源以及难以适应深部环境模拟的原因, 提出以等效弹簧加载装置来模拟深部岩体试验模型边界条件的设想。根据位移和应力的等效推导了加载板等效弹簧刚度的计算公式, 并讨论了该方法的优缺点。

**关键词** 深部岩体; 模型试验; 边界条件; 实验室模拟

中图分类号 TD 315 文献标志码 A DOI 10.13545/j.cnki.jmse.2016.01.023

## The boundary conditions of model test for deep engineering and its simulation methods

FAN Pengxian<sup>1,2</sup>, WANG Mingyang<sup>1</sup>, FANG Xiang<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, PLA University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 3. College of Field Engineering, PLA University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China)

**Abstract** Along with the increasing of buried depth of underground engineering, the boundary condition of geomechanical model test has become one of the most important problems restricting the scientificity of simulation test in deep rock mass. The flexible uniform pressure loading technique has made it possible to equally distribute the boundary stress. However, the boundary condition can still not be met strictly. In this paper, the stress and displacement of surrounding rock mass of real excavation have been analyzed based on elastic-plastic theory. The main source of error in simulating deep rock store environment under the existing loading conditions and the reason why the deep environmental simulation can not be accepted have been revealed. Loading method by using a combination of springs as an equivalent action of peripheral rock mass has been presented to simulate boundary conditions. And the formula of equivalent springs stiffness of loading plate has been deduced by the equivalence of the displacement and stress, and both the advantages and disadvantages of this method have been discussed.

收稿日期: 2014-03-25

责任编辑: 王江涛

基金项目: 国家重大科研仪器研制项目(51527810); 国家自然科学基金青年科学基金项目(51304219); 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLGDUK1305); 博士后基金特别项目(2015T81074)

作者简介: 范鹏贤(1983—), 男, 江苏省连云港市人, 博士, 讲师, 硕士生导师, 从事深部岩体力学与地下工程防护方面的研究。

E-mail: fan-px@139.com

Tel: 025-80825366

**Key words** deep rock mass; model test; boundary condition; laboratory simulation

随着国民经济的不断发展,许多大型军事和民用地下工程不断走向地下深部,工程围岩出现了一些与浅埋岩体显著不同的非线性变形破坏现象,如分区破裂、摆型波、岩爆等。这些复杂的破坏现象及其未完全揭示的破坏机理给深部地下空间的开发利用提出了巨大的挑战<sup>[1]</sup>。模型试验是岩石力学研究的重要手段,尤其是在目前基础理论尚不完善、非连续数值模拟技术尚未成熟的阶段,模型试验在深部岩体力学研究中占据重要地位。

模型试验用适当的比尺和相似材料制成与原型相似的试验对象,再现原型的实际工作状态,最后按照相似判据整理试验结果,推算原型的实际状态。它能直观反映研究对象的实际变化规律,揭示可控影响因素对人们关心的工程灾变孕育演化过程的影响,从而为避免和防控工程灾害提供技术支持。

由于模型试验是在较大的围岩体中取出特定研究区域,因而边界条件对模型试验能否代表原型区域的应变变化和变形破坏情况至关重要。虽然在以往的研究中,已经采取了多种手段和技术来满足边界条件的要求,但是仍有可改进之处。本文分析现有模型试验边界条件与实际岩体区域的误差,提出进一步改进边界条件的方法,可为深部岩体模型试验提供技术参考。

## 1 模型试验边界条件的演进

岩石力学界最早对岩石力学试验边界条件的认识是试验机与岩石试样之间的相互作用。早期的试验无法获得岩石的应力应变全曲线,引发了人们的思考。进行试验时,试验机和岩石试样组成了一个相互作用的变形系统。试验机刚度较小时,在岩石加载过程中,试验机由于变形较大而储存了可观的变形能,当岩石由于渐进破坏而承载能力下降时,柔性试验机的卸载将向岩石试样中输入大于试样破坏所需的能量,从而造成试样的爆发性破坏。该过程对于采矿中确定围岩破裂面是否稳定,以及分析矿柱的稳定性和岩爆倾向具很高参考价值<sup>[2]</sup>。

相对于试件,模型试验的边界条件要复杂得多。在截取所关心的围岩区域(模型试验原型区域)后,需要在截断边界上通过试验手段模拟作用在外周岩体的作用。目前,常用的加载边界条件有2种,即刚性加载边界条件和柔性加载边界条件<sup>[3]</sup>。

刚性加载边界条件由刚性的加载板构成模型的边界,通过刚性的加载板向模型边界提供均匀的位移。刚性加载边界条件将模型材料看作均匀的弹性材料,认为均匀的位移能够产生所需的应力边界条件。虽然该假设与实际情况并不相符,但目前的模型试验仍以刚性加载边界条件或改进的刚性加载边界条件为主。

李仲奎等<sup>[4]</sup>研制了离散化多主应力面加载和控制系统,它的基本思路是将需要模拟的复杂地应力场离散为有限多个微小的单元应力场,并将单元应力场等效为均匀应力场,从而近似模拟复杂三维空间地应力场的边界条件。张强勇等<sup>[5]</sup>研制出一种大型组合式三维地质力学模型试验台架装置,该装置具有刚度大、整体稳定性好、组装灵活方便、尺寸可任意调整等优势。朱维申等<sup>[6]</sup>研制了一种具有超低摩擦力、带滚珠式滑动墙的自平衡式梯级加载的大型真三轴加荷模型试验系统,并利用其开展了地下洞群的模型试验,该系统通过巧妙地设置减摩层有效降低了模型与加载板之间切向力对应力场的干扰。张强勇等<sup>[7]</sup>研制出一种高地应力真三维加载地质力学模型试验系统,通过前后加载板上设置的导洞盘保证了模型洞室在轴向地应力状态下进行开挖,解决了地下洞室试验模型轴向加载开挖的难题,但是该装置的模型尺寸较小。

由于岩土体为非均匀、非连续的材料,边界处刚性加载导致模型边界处应力分布不均匀性和不确定性,在模型试验过程中洞室的开挖更加剧了应力场的不确定性。除此之外,刚性加载板与模型材料之间的切向摩擦力也会干扰试验结果<sup>[8]</sup>。虽然通过离散化多加载面加载控制或设置减摩层等措施,可以一定程度上降低这些不利影响,但无法从根本上解决边界处的应力场不均匀问题。

实际工程中,洞室周围破坏区以外的岩体变形是连续的,在离洞壁足够远处,围岩中的应力分布应是均匀的。为了保证模型试验中模型边界条件与实际情况一致,必须克服由于模型边界变形的不均匀引起的应力分布异常。要解决上述问题,需要确保施加的边界应力是均匀的,即等应力边界条件。

近年发展起来的柔性加载技术正是为了解决刚性加载边界条件与实际工程围岩应力状态不符的问题而提出的。柔性加载技术通过对加载系统的

改造, 向模型边界提供均匀的应力边界条件。

孟祥跃等<sup>[9]</sup>分析了传统刚性边界加载的不足, 采用高压液体胶囊实现了加载面的等应力加载, 研制了适用于非均匀、非连续岩土介质的小尺寸柔性加载试验机。姜耀东等<sup>[10]</sup>研制了一种巷道平面模型试验台, 该试验台尺寸为  $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 0.2\text{ m}$ , 最大施加载荷可达  $10\text{ MPa}$ , 采用封闭框架液压枕加载, 一定程度上改善了模型受载的均匀性。王琦等<sup>[11]</sup>研制了一种柔性均布压力加载装置, 该装置由液压油缸、刚性推力器、超柔性调整橡胶和柔性传力橡胶组成。液压自动控制系统控制液压油缸出力, 通过刚性推力器、中间超柔性调整橡胶和柔性传力橡胶加载到模型表面, 以达到对模型表面进行柔性边界加载的效果。实测表明, 该加载装置能够有效避免表面缺陷造成的应力不均匀。该装置在模型试验中的实际测试表明, 该柔性加载方式能够显著降低模型边界处应力场的不均匀性<sup>[12]</sup>。

总之, 模型加载边界条件问题得到了高强度的研究, 也取得了很大的进步; 但是随着地下岩体工程埋深的逐渐增加, 地应力越来越高, 边界条件对试验结果的影响随之增大, 仅仅保证边界处应力的均匀性并不能保证模型边界条件原型的相似, 而应该更多地考虑地下工程开挖造成的边界处应力场的变化以及由于边界位移造成的能量流动。

## 2 实际深部工程围岩的边界条件

地下工程围岩的延伸尺度很大, 一般可将围岩看作无限体。进行模型试验时, 需要在无边界的岩体中取出关心的区域进行详细研究, 而在截断边界处施加适当的边界条件(力或位移), 以模拟外周岩体对所研究区域的作用。目前常用的边界条件多为恒应力边界条件(不管是刚性加载还是柔性加载, 本质上都是恒应力边界条件), 即维持边界处的应力始终等于远场地应力。这种做法隐含一个基本假设, 即模型边界处于开挖影响区之外。根据圣维南原理, 介质中开挖时, 远区的应力场变化很小, 因而该方法在开挖洞径较小而模型尺寸较大的情况下导致的误差不大。根据弹性理论, 要求误差小于  $5\%$  时, 模型的尺寸一般应大于  $5$  倍开挖破坏区半径<sup>[13]</sup>。但是, 由于实际的试验实施过程中, 模型尺寸受到经费、加载能力等多方面的限制, 难以完全满足消除边界影响的要求, 同时, 深部初始应力较高, 破坏区较大, 由此导致了较大的误差。

假设采用半径为  $r$  的圆柱体模型模拟无限介质

中的开挖卸荷问题。为了探讨边界条件的问题, 首先需要了解实际隧洞围岩开挖前后的应力分布情况。假设围岩是连续均匀的弹塑性介质, 把开挖过程简化为在半径  $r_0$  处的卸压过程, 即在半径为  $r_0$  处, 应力从初始(远场)应力  $\sigma_\infty$  降低到零。

该卸荷过程可以分为 2 个阶段: 第 1 个阶段是破坏区形成之前的弹性阶段, 第 2 个阶段是破坏区形成并逐步扩大的弹塑性阶段。

在围岩屈服或破坏之前, 围岩中的应力场可以用弹性理论计算, 其分布如式(1)和图 1 所示。

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_\infty - (\sigma_\infty - p) \frac{r_0^2}{r^2} \\ \sigma_\theta = \sigma_\infty + (\sigma_\infty - p) \frac{r_0^2}{r^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $p$  为半径  $r_0$  处的内压;  $\sigma_r$  和  $\sigma_\theta$  分别为径向应力和环向应力。

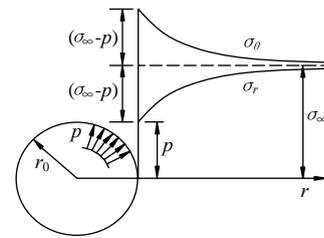


图 1 无限弹性介质中开挖时的应力重分布  
Fig.1 Stress redistribution when excavating in infinite elastic medium

假设  $p=0$ , 则隧洞内壁压力降低后, 半径为  $2r_0$  处的径向应力约为  $0.75\sigma_\infty$ , 半径为  $3r_0$  处的径向应力约为  $0.89\sigma_\infty$ 。由此可见, 在模型尺寸和洞室尺寸相差不太悬殊的情况下, 径向应力变化非常明显。此时若采用维持边界应力不变的模型模拟开挖过程, 则会产生显著的误差。

当洞室围岩的应力差满足岩体的破坏条件时, 洞室围岩将进入塑性区或破坏区, 丧失大部分承载能力, 同时, 支撑压力区向围岩内部转移。此时的典型应力分布形式如图 2。洞室围岩进入塑性区或破坏后, 对应边界处的应力变化较不破坏时更大。

随着工程埋深和初始地应力进一步增大, 地下工程围岩将可能发生分区破裂现象。在围岩发生分区破裂时, 破坏区半径可达洞室半径的  $3\sim 4$  倍甚至更多<sup>[14]</sup>。在模拟深部岩体变形破坏时, 如采用恒应力边界条件, 截断边界需设在破坏区影响区之外, 模型尺寸至少应达到开挖洞室尺寸的  $10$  倍以上, 否则将会引入显著的误差。在恒应力边界条件下, 要模拟深部工程, 可以通过 2 个途径: 1) 加大模型

尺寸，将边界设在开挖影响区之外；2) 采用较大的比尺，缩小开挖洞室尺寸。前者将大大增加试验难度和成本，后者将对定量研究产生非常不利的影响。

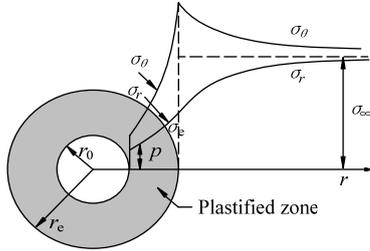


图 2 开挖时弹性区和塑性区内的应力重分布  
Fig.2 Stress redistribution when excavating in infinite elastoplastic medium

### 3 深部岩体模型边界条件的合理模拟

根据前文分析，在隧道开挖过程中，围岩内部的应力分布发生了变化，合理的边界条件应该能够定量地反映这种变化。同时，模型在变化的边界应力作用下的位移条件，亦应与实际条件一致。加载机构可通过对边界应力和位移的调整达成对外周岩体的模拟。

为简化分析，仍以圆形边界为例。假设岩体内开挖一个圆形洞室，如图 2 所示，洞周围岩在开挖后将发生屈服破坏(图中阴影部分)。在模拟该过程时，选择在半径  $r$  处作为截断边界(位于塑性区以外)，分析边界处的应力应变情况。

根据弹塑性理论，在截断边界处，洞室开挖后的径向应力和位移分别为<sup>[15]</sup>：

$$\sigma_r = \sigma_\infty - (\sigma_\infty - \sigma_e) \frac{r_e^2}{r^2} \quad (2)$$

$$u_r = \frac{\sigma_\infty - \sigma_e}{2G} \frac{r_e^2}{r} \quad (3)$$

式中： $\sigma_e$  为弹性区内边界的应力； $u_r$  为弹性区内边界的位移； $G$  为岩体的剪切模量。

现将外周岩体的作用看作是一组作用在边界上的弹簧，则可以采用加载板之间设置弹簧组模拟外周岩石的作用。进行试验时，先将模型加载到设定的初始状态，然后保持外侧加载板不动。开挖进行过程中和开挖完成后模型边界的位移和应力变化由弹簧组驱动内侧加载板自动实现。

设弹簧组单位截面积的刚度(后文简称刚度)为  $k$ ，弹簧组初始压缩变形量为  $\delta_0$ ，洞室开挖后弹簧组压缩变形量为  $\delta_1$ ，则应有

$$\Delta\delta = \delta_0 - \delta_1 = u_r = \frac{\sigma_\infty - \sigma_e}{2G} \frac{r_e^2}{r} \quad (4)$$

弹簧同时应该满足作用力等效的条件，即

$$k\Delta\delta = \Delta\sigma = (\sigma_\infty - \sigma_e) \frac{r_e^2}{r^2} \quad (5)$$

联立式(4)，(5)，可得

$$k = \frac{2G}{r} = \frac{E}{(1+\nu)r} \quad (6)$$

式中： $\nu$  为岩体的泊松比； $E$  为岩体的杨氏模量。

在实验室模拟时，外周岩体对所研究区域岩体的作用可以等效为一端连接在固定边界上的弹簧，如图 3 所示。模型加载装置的刚度可以根据计算得到的外周围岩作用刚度根据相似理论进行换算，或者直接使用模型材料的相关参数进行计算。

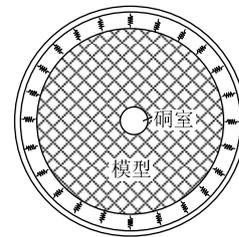


图 3 模型断面示意图  
Fig.3 Sketch map of cross section of model

然而，实际上，由于圆形截面模型在加工制造、加载控制等方面会遇到一些实际困难，目前仍以矩形截面模型为主，其断面如图 4 所示。

设模型形心到加载板的垂直距离为  $l$ ，则理论上，加载板中点处的刚度应为  $k = \frac{E}{(1+\nu)l}$ 。

设形心到加载板上某点的连线与垂直线的夹角为  $\theta$ (如图 5)，则该点的距离  $r$  为

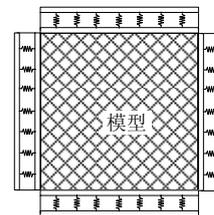


图 4 模型断面示意图  
Fig.4 Sketch map of cross section of model

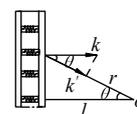


图 5 矩形断面模型加载刚度计算简图  
Fig.5 Sketch map of cross section of model

$$r = \frac{l}{\cos \theta} \quad (7)$$

该处指向模型形心的刚度为

$$k' = \frac{E \cos \theta}{(1+\nu)l} \quad (8)$$

根据几何关系, 可知, 该点处的垂直于加载板方向的刚度为

$$k = \frac{k'}{\cos \theta} = \frac{E}{(1+\nu)l} \quad (9)$$

也就是说, 矩形截面的模型和圆形截面的模型一样, 可以利用刚度处处相等的加载板加载, 其单位截面积的刚度可以采用加载板至模型形心的垂直距离计算。

## 4 讨 论

在进行模型试验时, 为减小边界效应对试验结果的影响, 一般要求模型边界要设在 5 倍开挖硐室半径之外。在模拟浅埋工程时, 地应力较低, 对加载设备要求不高, 同时围岩破坏区较小, 模型尺寸可以做到使边界在开挖影响区以外。但是随着深部地应力的升高, 在同样比尺和模型尺寸的条件下, 对加载能力的要求成倍增加, 试验成本变得不可接受。同时, 高地应力造成的破坏区的增大也放大了边界的不利影响。因而, 传统的恒应力边界条件无法严格满足深部工程的模型试验要求, 需要进一步改进。

分析表明, 为了真实地模拟外周岩体对所选取研究区域岩体和结构的作用, 模型边界处的应力和位移应该随着模型开挖过程进行调整。在进行模型试验时, 初始应力加载后试验开始前的状态可以认为是加载装置的初始状态, 而模型开挖完成后, 模型边界所需满足的应力或变形状态是边界条件的最终状态。要严格满足模型试验的边界条件, 需要采用变应力边界条件, 即, 在模型试验开展过程中通过加载应力的调节使边界条件满足其变形过程和变形后的要求。采用变应力边界条件的难点在于边界的最终应力位移状态和由初始状态调整至最终状态应力位移路径无法确定。由于模型的变形破坏情况在模型试验之前是无从得知的, 只能通过弹塑性理论估计或通过数值模拟确定, 因此会产生一定的不确定性和人为误差。

采用弹性边界加载时, 则避免了模型边界处应力变形条件和变化路径的确定。破坏区之外的岩体或模型材料处于弹性状态, 因而可以利用弹塑性理

论估计边界处的位移和应力变化。由于破坏区之外岩体的应力和位移具有特定关系, 在计算边界刚度时, 可以消去破坏区半径和塑性区的围岩支护力, 从而使得到的边界刚度仅与模型尺寸和模型材料参数有关, 最大限度地避免不确定因素的影响。且在模型开挖过程中, 边界位移和应力的调整由加载装置自动完成, 无需人为干预。该方法的缺点是, 在进行不同材料的模型试验时, 加载装置的刚度需要根据材料参数调整。这种调整可以通过设置在加载油缸和加载板之间组合弹簧的串并联实现。

实际的模型试验中, 模型边界并非理论分析中的理想状态, 其应力和变形情况还受到边界法向应力分布的均匀性、加载装置与模型间的切向摩擦、模型边角处的应力集中、模型材料变形的非线性和时效性等多种因素的影响。对于改善边界法向应力分布均匀性的问题, 李术才等<sup>[12]</sup>研制的柔性均布压力加载装置已较好地解决; 而对降低加载装置与模型间的切向摩擦的问题, 朱维申等<sup>[16]</sup>发明的滑动墙也取得了很好的解决效果。但所有这些研究都是局部性的, 任何技术都不可能一劳永逸地解决所有问题。如何更好地降低和消除边界效应、接触面摩擦效应、应力集中等不利因素的影响, 实现对深部地下工程围岩的精细化模拟, 还须持续深入研究。

在实际加载系统设计中, 可以将本文提出的方法和柔性加载技术、滑动墙装置集成在同一个系统中。在刚性加载板和液压油缸之间设置刚度可调的组合弹簧, 满足硐室开挖过程中模型表面处应力和位移的边界条件, 而在加载装置靠近模型一端采用柔性传力装置使弹簧加载系统传递过来的荷载均匀作用在模型表面, 同时在加载装置与模型的接触面上设置减摩装置, 降低切向摩擦带来的不利影响。由于加载装置正在申请专利<sup>[17]</sup>, 此处不再详述。

## 5 结 论

依据弹塑性理论, 分析了硐室开挖前后模型边界处的应力变化和位移情况, 提出以等效弹簧加载装置来模拟深部岩体的边界条件, 并根据应力和位移的等效推导了加载板弹簧刚度的计算公式。提出的方法避免了对未知的深部岩体破坏情况的定量分析, 减少了人为因素的干扰, 有助于进一步提高深部工程模型试验的科学性。

### 参考文献:

- [1] 钱七虎. 地下工程建设安全面临的挑战与对策[J]. 岩

- 石力学与工程学报, 2012, 31(10): 1945-1956.  
QIAN Qihu. Challenges faced by underground projects construction safety and countermeasures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(10): 1945-1956.
- [2] BRADY B H G, BROWN E T. Rock mechanics for underground mining[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004: 85-139.
- [3] ANHDAN L Q, KOSEKI J, HAYANO K, et al. True triaxial apparatuses with two rigid boundaries[C]//Site Characterization and Modeling. New York: ASCE, 2005: 130-142.
- [4] 李仲奎, 卢达溶, 中山元, 等. 三维模型试验新技术及其在大型地下洞群研究中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(9): 1430-1436.  
LI Zhongkui, LU Darong, NAKAYAMA H, et al. Development and application of new technology for 3D geo-mechanics model test of large underground houses [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(9): 1430-1436.
- [5] 张强勇, 李术才, 尤春安, 等. 新型组合式三维地质力学模型试验台架装置的研制及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 143-148.  
ZHANG Qiangyong, LI Shucui, YOU Chun'an, et al. Development and application of new type combination 3D geomechanical model test rack apparatus[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 143-148.
- [6] 朱维申, 张乾兵, 李勇, 等. 真三轴荷载条件下大型地质力学模型试验系统的研制及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(1): 1-7.  
ZHU Weishen, ZHANG Qianbing, LI Yong, et al. Development of large-scale geomechanical model test system under true triaxial loading and its applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(1): 1-7.
- [7] 张强勇, 陈旭光, 林波, 等. 高地应力真三维加载模型试验系统的研制及其应用[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(10): 1588-1593.  
ZHANG Qiangyong, CHEN Xuguang, LIN Bo, et al. Development and application of high-geostress true 3D loading geomechanics model test system[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(10): 1588-1593.
- [8] 陈安敏, 顾金才, 沈俊, 等. 地质力学模型试验技术应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(22): 3785-3789.  
CHEN Anmin, GU Jincai, SHEN Jun, et al. Application study on the geomechanical model experiment techniques [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(22): 3785-3789.
- [9] 孟祥跃, 李世海, 张均锋. 柔性边界加载试验机研制[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(10): 1760-1764.  
MENG Xiangyue, LI Shihai, ZHANG Junfeng. Study and manufacture of flexible boundary loading testing machine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(10): 1760-1764.
- [10] 姜耀东, 刘文岗, 赵毅鑫. 一种新型真三轴巷道模型试验台的研制[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(21): 3727-3731.  
JIANG Yaodong, LIU Wengang, ZHAO Yixin. Design and development of a new type of triaxial system for roadway model test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(21): 3727-3731.
- [11] 王琦, 王汉鹏, 李术才, 等. 柔性均布压力加载装置的研制及试验分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(1): 133-139.  
WANG Qi, WANG Hanpeng, LI Shucui, et al. Development and test analysis of flexible uniform pressure loading device[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(1): 133-139.
- [12] 李术才, 王琦, 李为腾, 等. 柔性均布压力加载装置在模型试验中的应用研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(1): 61-66.  
LI Shucui, WANG Qi, LI Weiteng, et al. Research on application of flexible uniform pressure loading device to model test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(1): 61-66.
- [13] 廖美春, 郭志昆, 刘峰, 等. 深部岩体分区破裂化模拟试验模型几何尺寸的确定[J]. 防灾减灾工程学报, 2006, 26(1): 58-62.  
LIAO Meichun, GUO Zhikun, LIU Feng, et al. Determination of the specimen size for model experiment on zonal fracturing of deep rock mass[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2006, 26(1): 58-62.
- [14] WU Hao, FANG Qin, ZHANG Yadong, et al. Zonal disintegration phenomenon in enclosing rock mass surrounding deep tunnel: elasto-plastic analysis of stress field of enclosing rock mass[J]. Mining Science and Technology, 2009, 19: 84-90.
- [15] 范鹏贤, 王明洋, 李文培. 岩土介质中圆形隧洞围岩压力论分析进展[J]. 现代隧道技术, 2010, 47(2): 1-7.  
FAN Pengxian, WANG Mingyang, LI Wenpei. Progress in theoretical analysis of ground response to circular excavations in rock & soil medium[J]. Modern Tunnelling Technology, 2010, 47(2): 1-7.
- [16] 朱维申, 李术才, 张磊, 等. 带滑动墙的自平衡式真三维加载模型试验台架: 中国, 200810138981.0[P]. 2010-06-02.
- [17] 王明洋, 李浪, 李治中, 等. 一种柔性边界加载试验装置: 中国, 201410126952.8[P]. 2014-01-26.